

Netzseitige Umrichterregelung in Microgrids und Microgrid-Verbundnetzen

Vom Fachbereich
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Bernhard Hammer, M. Sc.

geboren in Charleroi

Referent: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Gerd Griepentrog

Tag der Einreichung: 19. April 2021
Tag der Prüfung: 2. September 2021



Netzseitige Umrichterregelung in
Microgrids und Microgrid-Verbundnetzen

Gemehmigte Dissertation von Bernhard Hammer, M. Sc.

D 17 · Darmstadt 2021

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,
E-Publishing-Service der TU Darmstadt
<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>
tuprints@ulb.tu-darmstadt.de



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative-Commons-Lizenz:
Namensnennung 4.0 International
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>

Vorwort

Diese Arbeit entstand vorwiegend während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Automatisierungstechnik und Mechatronik der Technischen Universität Darmstadt. Ich hatte während dieser Zeit das Glück, mit vielen außergewöhnlichen Menschen arbeiten zu dürfen. Die ausgezeichnete Atmosphäre am Fachgebiet und der ständige Austausch mit den Kollegen haben entscheidend zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Ganz besonders dankbar bin ich daher meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski dafür, dass er mir die Möglichkeit eröffnet hat, in einem solchen Umfeld an diesem interessanten Thema zu arbeiten. Dankbar bin ich auch meinem Korreferenten Prof. Dr.-Ing. Gerd Griepentrog, nicht nur für die Übernahme des Korreferats, sondern vor allem auch für die Organisation des Förderprojektes StabLe, an dem auch das Fachgebiet von Prof. Dr.-Ing. Jutta Hanson beteiligt war. Die vielen im Rahmen von StabLe geführten fachgebietsübergreifenden Diskussionen waren wichtige Impulsgeber für meine Arbeit. Ohne die daraus entstandene intensive Zusammenarbeit mit Martin Hergt und Nikolas Ziegelmayer wäre der Aufbau des Microgrid-Versuchsstandes nicht möglich gewesen. Der häufige Austausch mit Christina Fuhr, Alexander Sauer und Adeel Jamal hat mir immer wieder geholfen, die Sichtweise der anderen Fachgebiete nachzuvollziehen.

Große Unterstützung habe ich nicht nur im Rahmen des Förderprojektes gefunden, sondern auch bei meinen direkten Kollegen am Fachgebiet für Regelungstechnik und Mechatronik, denen ich auch in Zukunft in Freundschaft verbunden bleiben werde. Besonders hervorheben möchte ich dabei Dr.-Ing. Kuangye Gong, Dr.-Ing. Jonathan Hermann, Viktor Kisner und Dr.-Ing. Eric Lenz. Kuangye hat mir als mein direkter Vorgänger beim Einstieg in die Thematik sehr geholfen. Die Resultate zur Sekundärregelung und der Regelung von Microgrid-Verbundnetzen sind der fruchtbaren Zusammenarbeit mit Jonathan zu verdanken. Viktor und Eric haben mich mit ihrer mathematischen und regelungstechnischen Kompetenz immer wieder unterstützt.

Bedanken möchte ich mich auch bei Corina Fischer, Ilse Brauer, Alfred Gross, und in Gedenken Brigitte Hoppe für die stete Unterstützung in den Bereichen Administration und IT. Die gute Atmosphäre am Fachgebiet ist nicht zuletzt der Hilfsbereitschaft der genannten Personen zu verdanken.

Schließlich bedanke ich mich bei meinen Eltern für die verlässliche Unterstützung, die sie mir stets haben zukommen lassen.

Darmstadt, September 2021

Bernhard Hammer

Inhaltsverzeichnis

Symbole und Abkürzungen	VIII
Kurzfassung	XI
Abstract	XII
1 Einführung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Einleitung	2
1.3 Abgrenzung	3
1.4 Umrichterschaltungen	4
1.5 Regelungskonzept	5
1.5.1 Umrichtersynchronisierung und Spannungsregelung	6
1.5.2 Leistungsregelung auf Microgrid-Ebene	6
1.5.3 Anschlusspunktregelung	7
1.5.4 Leistungsregelung auf Verbundnetz-Ebene	8
1.6 Vorgehensweise	8
2 Grundlagen	10
2.1 Mathematische Notation	10
2.2 Normierung	11
2.2.1 Per Unit-System	11
2.2.2 Normierung von Zustandsraumsystemen	12
2.3 Koordinatensysteme	13
2.3.1 Park-Transformation	13
2.3.2 Netzwerkkoordinaten	14
2.3.3 Umrichterkoordinaten	15
2.3.4 Komplexe Notationsweise	16
2.4 Graphenbasierte Beschreibung von Energienetzen	16
2.4.1 Beschreibung eines Microgrids	16
2.4.2 Beschreibung verkoppelter Microgrids	17
2.5 Modellierung elektrischer Leitungen	19
2.5.1 Lange und kurze Leitungen	19
2.5.2 Zusammenhang zwischen Knotenspannungen und Knotenströmen	21
2.5.3 Kron-Reduktion	22
2.5.4 Effizientes Aufstellen der Modellgleichungen	23
2.5.5 Lastflussgleichungen	24

3	Phasenregelschleife	27
3.1	Überlegungen zur Wahl der Reglerstruktur	28
3.2	Verwendung eines PI-Reglers	30
3.2.1	Stabilitätsanalyse	30
3.2.2	Entwurf der Reglerparameter	32
3.2.3	Phasenporträts	33
3.3	Verwendung eines P-Reglers	33
3.4	Simulationen	34
4	Spannungsregelung	36
4.1	Modellierung des LC-Filters	37
4.2	Strombegrenzung	38
4.3	Synchronisierungsvorgang	41
4.3.1	Struktur des Spannungsreglers	42
4.3.2	Beobachtung der Kapazitätsspannung $\mathbf{u}_{\mathcal{L}_c}$ während der Synchronisierung	42
4.4	Rückführung des Netzstroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_i}$ bei geschlossenem Relais	44
4.5	Dezentraler Reglerentwurf	45
4.5.1	Lastmodell	47
4.5.2	Hinreichende Stabilitätsbedingung	47
4.6	Reglerentwurf und Simulation am Beispielsystem	50
4.6.1	Beispielsystem	50
4.6.2	Berechnung der maximalen H_∞ -Norm	51
4.6.3	Entwurf der Reglerparameter	52
4.6.4	Schwarzstart und Strombegrenzung	53
4.6.5	Synchronisation an ein bestehendes Netz	54
4.6.6	Verkoppelte Umrichter	57
4.7	Stabilität spannungsgeregelter Microgrid-Verbundnetze	57
5	Leistungsregelung	59
5.1	Modellierung	60
5.1.1	Nichtlineares Streckenmodell	60
5.1.2	Lineares Streckenmodell	62
5.2	Primäre Leistungsregelung	63
5.2.1	Trennung der Zeitkonstanten durch Messfilter	63
5.2.2	Struktur der primären Leistungsregelung	64
5.2.3	Entwurf der primären Leistungsregelung	65
5.2.4	Reglerentwurf und Simulation am Beispielsystem	67
5.3	Sekundäre Leistungsregelung	69
5.3.1	Übliche Ansätze zur Sekundärregelung	69
5.3.2	Sekundärregelung mittels Ausgangsregulierung	69
5.3.3	Beobachtung des Einflusses der Lasten	71
5.3.4	Kombination von Ausgangsregulierung und Beobachter	75
5.3.5	Überblick und Simulationsbeispiel	76

6	Microgrid-Verbundnetze	79
6.1	Synchronisierung des Microgrids an ein Verbundnetz	80
6.2	Anschlusspunktregelung	81
6.3	Modellierung verkoppelter Microgrids	82
6.3.1	Modellierung der Referenzwinkeldynamiken	83
6.3.2	Zustandstransformation der Microgriddynamik	84
6.3.3	Verbundnetzmodell	86
6.4	Stabilität von Microgrid-Verbundnetzen ohne Integratordynamik	88
6.5	Entwurf der Anschlusspunktregelung am Beispielsystem	89
6.6	Simulation der Synchronisierung eines Microgrids an ein Verbundnetz	91
6.7	Leistungsregelung auf Verbundnetzebene	92
6.8	Primäre Verbundnetzregelung am Beispielsystem	94
7	Zusammenfassung und Ausblick	98
A	Mathematischer Anhang	102
A.1	Kronecker-Produkt	102
A.2	Wiederkehrende Berechnungen	102
A.2.1	Ableitung der dq-Transformationsmatrix	102
A.2.2	Park-Transformation eines in abc-Koordinaten abgeleiteten Signals . . .	102
A.3	Isomorphismus zwischen komplexen und reellen Matrizen	103
A.4	Graphen	103
A.5	Die Funktion $\arctan 2$	104
A.6	Singulärwerte und ihre Interpretation	104
A.6.1	Singulärwertzerlegung	104
A.6.2	Interpretation der Singulärwerte	105
A.6.3	Singulärwerte von Blockdiagonalmatrizen	105
A.7	H_∞ -Systemnorm	106
A.8	Pseudoinverse	107
B	Regelungstechnischer Anhang	108
B.1	Beobachtbarkeit und Beobachterentwurf	108
B.2	Satz der kleinen Verstärkungen	109
	Literaturverzeichnis	110

Symbole und Abkürzungen

Abkürzungen

DES	Decentralized Energy System
LAN	Local Area Network
PCC	Anschlusspunkt (Point of Common Coupling)
PLL	Phasenregelschleife (Phase-Locked Loop)
p. u.	Bezogene Größen (Per Unit)
SPI	Serial Peripheral Interface
SRF-PLL	Synchronous Reference Frame Phase-Locked Loop

Indexmengen

\mathcal{B}	Knoten der Sammelschienen
\mathcal{C}	Anschlusspunktknoten
\mathcal{E}_c	Filterkanten der Kapazitäten
\mathcal{E}_l	Filterkanten der Induktivitäten
\mathcal{E}_n	Kanten der elektrischen Leitungen
\mathcal{E}_s	Kanten der Koppelinduktivitäten
\mathcal{I}_b	Knoten der Umrichterausgänge
\mathcal{I}_c	Knoten der Ausgänge der LC-Filter
$\tilde{\mathcal{I}}_c = \mathcal{I}_c \setminus \mathcal{I}_c^1$	Knoten der Ausgänge der LC-Filter ohne Referenzknoten
\mathcal{K}_e	Kanten des Koppelnetzes
\mathcal{K}_v	Knoten des Koppelnetzes
\mathcal{L}	Lastknoten
\mathcal{M}	Menge der Microgrids im Verbundnetz
\mathcal{O}	Erdknoten

Matrizen zur Systemdarstellung

A	Systemmatrix
B	Eingangsmatrix
C	Ausgangsmatrix
D	Durchgriffsmatrix
E	Störeingriffsmatrix
F	Stördurchgriffsmatrix

Vektoren zur Systemdarstellung

d	Störgrößenvektor
e	Vektor der Regelfehler
r	Vektor der Referenzgrößen
u	Eingangsvektor
x	Zustandsvektor
y	Vektor der Ausgangsgrößen
z	Vektor der Koppelgrößen

Allgemeine mathematische Notation

$\mathbf{A}^{\circ(-1)} := (1/a_{ij})$	Elementweise Inverse von \mathbf{A} (Hadamard-Inverse)
\mathbf{A}^+	Pseudoinverse von \mathbf{A}
$\langle \mathbf{A}_i \rangle, i \in \{1, \dots, n\}$	Aus \mathbf{A}_1 bis \mathbf{A}_n gebildete Blockdiagonalmatrix
$\text{col}(\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n)$	Aus \mathbf{v}_1 bis \mathbf{v}_n gebildeter Spaltenvektor
\mathbf{e}_i	i -ter kanonischer Einheitsvektor passender Dimension
$\text{Im}(x), \text{Re}(x)$	Imaginärteil $\text{Im}(x)$ und Realteil $\text{Re}(x)$ von x
\hat{p}, \hat{q}	Leistungen der Lasten bei nominaler Lastspannung in Kapitel 4
$\hat{\mathcal{P}}, \hat{\mathcal{Q}}$	Unsicherheitsintervalle für \hat{p}, \hat{q} in Kapitel 4
\mathcal{R}, \mathcal{X}	Unsicherheitsintervalle der Lastwiderstände und Lastreaktanzen
s	Laplace-Variable
$\text{vec}(\mathbf{A})$	Auf \mathbf{A} angewendete Vektorisierung
$\langle \mathbf{v} \rangle, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$	Aus Vektor \mathbf{v} gebildete Diagonalmatrix
$\underline{\mathbf{x}}$	Signal \mathbf{x} in Netzwerkkoordinaten und reeller Notation
\underline{x}	Signal x in Netzwerkkoordinaten und komplexer Notation
$\underline{\underline{x}}$	Signal x in Umrichterkoordinaten und komplexer Notation
x^*	Komplexe Konjugation von x
\tilde{x}	Referenzgröße/Führungsgröße für x
	Zustand eines reduzierten Beobachters
	Transformiertes Signal x
\hat{x}	Durch Beobachter rekonstruierter Wert von x
	Amplitude von x
x^0	Stationärer Wert von x
x_0	Wert von x zum Zeitpunkt $t = 0$
Δ	Abweichung vom Arbeitspunkt
λ	Eigenwert
σ	Singulärwert
$\bar{\sigma}, \underline{\sigma}$	Größter Singulärwert $\bar{\sigma}$, kleinster Singulärwert $\underline{\sigma}$
\otimes	Kronecker-Produkt
\circ	Elementweise Multiplikation (Hadamard-Produkt)

Parameter und Konstanten

B	Suszeptanz
C	Kapazität
G	Konduktanz
j	Imaginäre Einheit
L	Induktivität
R	Widerstand
X	Reaktanz
Y	Admittanz
Z	Impedanz
τ	Zeitkonstante

Variablen

f	Frequenz
i	Strom
p	Wirkleistung
q	Blindleistung
t	Zeit
u	Spannung
v	Spannungsbetrag
ω	Winkelgeschwindigkeit

Transformationen und Winkel

$\underline{\mathbf{T}} = \mathbf{T}_{dq}(\underline{\theta})$	Transformationsmatrix von abc-Koordinaten in Netzwerkkoordinaten
$\mathbf{T}_{dq,i} = \mathbf{T}_{dq}(\theta_i)$	Transformationsmatrix von abc-Koordinaten in Umrichterkoordinaten
$\mathbf{T}_i = \mathbf{T}(\delta_i)$	Rotationsmatrix mit Transformationswinkel δ_i
$\delta_i = \theta_i - \underline{\theta}$	Winkel der Transformation von Netzwerk- in Umrichterkoordinaten
θ	Winkel der Park-Transformation (dq-Transformation)
$\underline{\theta}$	Winkel der Transformation von abc-Koordinaten in Netzwerkkoordinaten
θ_i	Winkel der Transformation von abc-Koordinaten in Umrichterkoordinaten
ϕ	Phasenwinkel eines dreiphasigen Wechselstrom-Signals
$\varphi_i = \delta_i - \delta_{\mathcal{T}_c^1}$	Differenzen zum Referenzwinkel $\delta_{\mathcal{T}_c^1}$

Indizes

a	Zur Anschlusspunktregelung gehörende Systemmatrizen, Parameter und Signale a-Komponente in abc-Koordinaten
abc	Signale in abc-Koordinaten
b	Basiswerte des Bezugssystems
d	Gewichtung der Performance-Eingänge d-Komponente in dq-Koordinaten
dq	Signale in dq-Koordinaten
F	Modell des LC-Filters Filterung gemessener Leistungen über Verzögerungsglieder erster Ordnung
m	Filterzustände Zu den Filtergleichungen gehörende Parameter Microgriddynamik mit Anschlusspunktregelung
$\tilde{\mathbf{m}}$	Transformierte Microgriddynamik mit Anschlusspunktregelung
$\bar{\mathbf{m}}$	Microgriddynamik mit Anschlusspunktregelung ohne Integratoren
M	Microgriddynamik
N	Modell der Leitungen und Koppelinduktivitäten Index der Knoten- und Kantenmenge der Leitungen in Abschnitt 2.5 Zur Regelstrecke gehörende Systemmatrizen, Parameter und Signale ab Kapitel 5
$\tilde{\mathbf{N}}$	Modell der Leitungen, Koppelinduktivitäten und Lasten
o	Offener Regelkreis
p	Mit Wirkleistung verknüpfte Parameter/Funktionen Zur Primärregelung gehörende Systemmatrizen, Parameter und Signale Zur Kennzeichnung einer Permutation
pu	Signale in bezogenen Größen
q	Mit Blindleistung verknüpfte Parameter/Funktionen q-Komponente in dq-Koordinaten
s	Zur Sekundärregelung gehörende Systemmatrizen, Parameter und Signale
V	Verbundnetzdynamik ohne Integratoren
VF	Modell aus LC-Filter und Spannungsregelung
w	Performance-Eingänge und Performance-Ausgänge
y	Gewichtung der Performance-Ausgänge

Kurzfassung

Die Energiewende erfordert einen Paradigmenwechsel bei der Regelung elektrischer Energienetze. Während in der Vergangenheit ein Großteil der elektrischen Energie in großen Kraftwerken auf der Höchstspannungsebene erzeugt wurde und das Energienetz daher „von oben“ geregelt werden konnte, ist absehbar, dass in Zukunft immer mehr Energie durch kleine Anlagen dezentral erzeugt wird. Die Regelung des Netzes muss dann „von unten“ her geschehen.

Im Prinzip lassen sich viele der für die Regelung des konventionellen Energienetzes verwendeten Konzepte auf die Niederspannungsebene übertragen. Während im konventionellen Energienetz jedoch nur wenige große Kraftwerke zu koordinieren sind, müssen im Energienetz der Zukunft Myriaden kleiner Anlagen gemeinsam agieren, um die Regelziele umzusetzen. Diese Komplexitätszunahme stellt eine große Herausforderung dar.

Seit etwa der Jahrtausendwende wird das Microgrid-Konzept als ein wesentliches Bauteil angesehen, um das Teile-und-herrsche-Prinzip auf die Regelung von Energienetzen zu übertragen und der Komplexitätszunahme entgegenzusetzen. Der Grundgedanke lautet etwa so: Wenn jedes Microgrid für sich funktionsfähig ist, sollte das Zusammenschalten der Microgrids zu größeren Netzen keine allzu große Herausforderung mehr darstellen. Sollte es im Gesamtnetz doch zu Schwierigkeiten kommen, können die Microgrids sich vom Gesamtnetz trennen und die Energieversorgung ist weiterhin gewährleistet.

Die vorliegende Arbeit handelt von genau diesem Konzept für umrichterbasierte Energienetze. Es werden von Grund auf die wichtigsten Regelkreise diskutiert, die für den Betrieb eines Microgrids im Inselmodus erforderlich sind. Dann wird sich dem Zusammenschalten von Microgrids zu Microgrid-Verbundnetzen zugewandt. Durch eine Kaskadenregelung können die schon für die Regelung eines Microgrids entwickelten Algorithmen auf die Regelung von Microgrid-Verbundnetzen übertragen werden. Die Kaskadierung kann beliebig fortgesetzt werden, um Microgrid-Verbundnetze zu noch größeren Energienetzen zusammenzuschalten. Obwohl in dieser Arbeit modellbasierte Ansätze präsentiert werden, müssen dem Teile-und-herrsche-Prinzip folgend immer nur Teilmodelle berücksichtigt werden.

Abstract

The energy transition requires a paradigm shift regarding the regulation of electrical power systems. In the past, most of the electrical energy was generated in large power plants at the highest voltage level and the power system thus could be regulated "from the top". In the future however, the share of small decentralized energy systems will increase and the power system will have to be regulated "from the bottom".

In principle, many of the concepts used to regulate the conventional power system can be transferred to lower voltage levels. While only a few large power plants need to be coordinated in the conventional energy network, in future power systems myriads of small plants will have to act together to implement the control objectives. This increase in complexity poses a major challenge.

Since around the turn of the millennium, the microgrid concept has been seen as an essential component in order to transfer the divide-and-conquer principle to the regulation of energy networks and to counteract this increase in complexity. The basic idea is something like this: If every microgrid is functional in itself, interconnecting the microgrids to form larger networks should not be too much of a challenge. Should difficulties arise in the overall network, the microgrids can disconnect from the overall network and the energy supply is still guaranteed.

The presented work deals with exactly this concept for inverter-based power systems. The most important control loops required for operating a microgrid in islanded mode are discussed thoroughly. Then, microgrids are coupled to form a power system of interconnected microgrids. Using cascade control, the algorithms already developed for controlling single microgrids can also be applied to control power systems of interconnected microgrids. The cascading can be continued as required and the same control algorithms can also be applied to form even larger power systems. Although model-based approaches are presented in this work, following the divide-and-conquer approach, only partial models have to be considered at each step.

1 Einführung

1.1 Motivation

Durch technischen Fortschritt konnte sich die Menschheit Energiequellen zunutze machen und so vorher undenkbar Wohlstand generieren, der mit einem rasanten Anstieg der Weltbevölkerung einherging. Der wesentliche Energieträger, durch den diese Entwicklung möglich war, ist fossiler Brennstoff [102]. Die Verabschiedung des Pariser Abkommens durch fast alle Staaten der Erde zeigt jedoch, dass heute ein allgemeiner Konsens darüber besteht, dass die intensive Nutzung fossiler Brennstoffe so nicht weitergehen kann. Obwohl viele Gründe für eine Abkehr von fossilen Energieträgern angebracht werden können, sind zwei derart bedeutend, dass die anderen getrost unerwähnt bleiben dürfen:

- der anthropogene Klimawandel [82] und
- die Endlichkeit fossiler Energieträger [1].

Selbst wenn es den Klimawandel nicht gäbe, der unsere Existenzgrundlage auf der Erde bedroht und Weltkriegsszenarien um Ressourcen und Lebensraum wieder denkbar werden lässt, müsste die Menschheit langfristig alternative Energiequellen erschließen, um den gewonnen Wohlstand nicht wieder zu verlieren, wenn sich die Reserven fossiler Energieträger irgendwann dem Ende neigen. Die Abkehr von fossilen Energiequellen ist somit auf lange Sicht unabdingbar.

Der Klimawandel jedoch zwingt die Menschheit zu einer raschen Dekarbonisierung der kompletten Industrie, wozu auch die in Deutschland bereits eingeleitete Energiewende gehört. Trotz der Dringlichkeit des Wandels muss die ständige Verfügbarkeit von insbesondere elektrischer Energie immer gewährleistet sein, da das menschliche Leben in seiner momentanen Form unzertrennlich mit dieser zusammenhängt, wie Elsberg in seinem ausgezeichnet recherchierten Roman *Blackout* [20] auf furiose Weise verdeutlicht.

Die Energiewende befindet sich dabei im Spannungsfeld von Politik und Wirtschaft, wobei die Politik als Hauptakteur auftreten muss, da das grundlegende Problem – externe Kosten durch Umweltschäden – auf ein Marktversagen zurückzuführen ist und somit politische Interventionen notwendig macht [109]. In Kombination mit der überstaatlichen Natur von Umweltschäden verursacht dies in einer Zeit der internationalen politischen Zerwürfnisse Kopfzerbrechen. Hinzu kommt die noch immer große Armut in weiten Teilen der Welt, in denen die Menschen um ihr Überleben kämpfen und somit für Umweltschutz und Nachhaltigkeit kaum zu gewinnen sind [76].

Obwohl die Dekarbonisierung unserer Gesellschaft folglich vor allem von politischen Entscheidungen und gesellschaftlicher Zustimmung [34] abhängt, spielt auch die Wissenschaft eine entscheidende Rolle. Sie soll neue Technologien zur Reduktion der Treibhausgase entwickeln und

die Politik bezüglich der Umsetzbarkeit ihrer Pläne beraten. Dabei gilt es, zukünftige Schwierigkeiten vorausszusehen und entsprechende Lösungen frühzeitig zu entwickeln, damit die eilig zu vollziehende Dekarbonisierung nicht ausgebremst wird.

1.2 Einleitung

Die Erzeugung elektrischer Energie in konventionellen Kraftwerken hat gegenüber der Nutzung erneuerbarer Quellen den Vorteil, dass die Leistungen der Anlagen dem Bedarf angepasst werden können. Dahingegen kann elektrische Energie aus erneuerbaren Quellen nur dann erzeugt werden, wenn auch erneuerbare Primärenergie vorhanden ist, was insbesondere bei Wind- und Solarkraftwerken nicht immer der Fall ist. Daher stellt sich bei vermehrter Nutzung erneuerbarer Quellen die grundlegende Frage, wie sichergestellt werden kann, dass elektrische Energie zu jeder Zeit verfügbar bleibt.

Neben dem Aufbau eines globalen Supernetzes, welches die Volatilität der erneuerbaren Quellen durch Mittelung abfangen würde [15], kann dieser Problematik auch durch Energiespeicher begegnet werden. Dabei ist es aufgrund der auf dem Gebiet der Speichertechnologien sehr aktiven Forschung und Entwicklung [79, 105] schwierig, eine belastbare und vergleichende Kostenprognose beider Ansätze durchzuführen. Außerdem haben lokale Speichertechnologien gegenüber dem Aufbau eines die Welt umfassenden Energienetzes den nicht von der Hand zu weisenden Vorteil, dass sie eine von internationaler Politik unabhängige Elektrizitätsversorgung gewährleisten. Wird die Verletzlichkeit unserer Gesellschaft bei einem Ausfall der Elektrizitätsversorgung berücksichtigt, erscheint daher eine dezentrale, auf Speichertechnologien basierende Elektrizitätswirtschaft das realistischere Zukunftsszenario für Deutschland zu sein.

Auch bei in Zukunft verstärkt dezentraler Erzeugung und Speicherung elektrischer Energie wird es aufgrund der großen räumlichen Diskrepanz zwischen den Vorkommen erneuerbarer Primärenergien und der Nachfrage in Ballungsgebieten weiterhin ein Stromnetz geben, welches die dezentralen Erzeuger und Verbraucher miteinander verbindet [71]. Da jedes große konventionelle Kraftwerk jedoch durch eine Vielzahl kleiner Anlagen für erneuerbare Energien ersetzt werden muss, wird die Anzahl der Erzeuger und damit die Komplexität des Gesamtsystems stark ansteigen. Daher ist es für einen auch in Zukunft sicheren Betrieb notwendig, die Automatisierung weiter voranzutreiben. In der konventionellen Energieversorgung etablierte Algorithmen müssen den sich ändernden Gegebenheiten angepasst und neue Algorithmen müssen entwickelt werden, damit ein störungsfreier Netzbetrieb im entworfenen Zukunftsszenario gewährleistet werden kann.

Um der beschriebenen Komplexitätszunahme zu begegnen, bietet sich das Teile-und-herrsche-Prinzip an, das dem Microgrid-Konzept [59, 60] zugrunde liegt. Wie in Abbildung 1.1 visualisiert, wird das Energienetz in Teilnetze unterteilt, die als Microgrids bezeichnet werden. Der Herausforderung, eine Regelung für das Gesamtnetz zu entwerfen, kann sich nun schrittweise genähert werden, indem jedes Microgrid erst einmal für sich betrachtet wird. Erst wenn die Microgrids unabhängig voneinander betrieben werden können, muss sich der Frage gestellt werden, wie dies auch für das Microgrid-Verbundnetz erreicht werden kann. Aus dieser Vorgehensweise folgt, dass

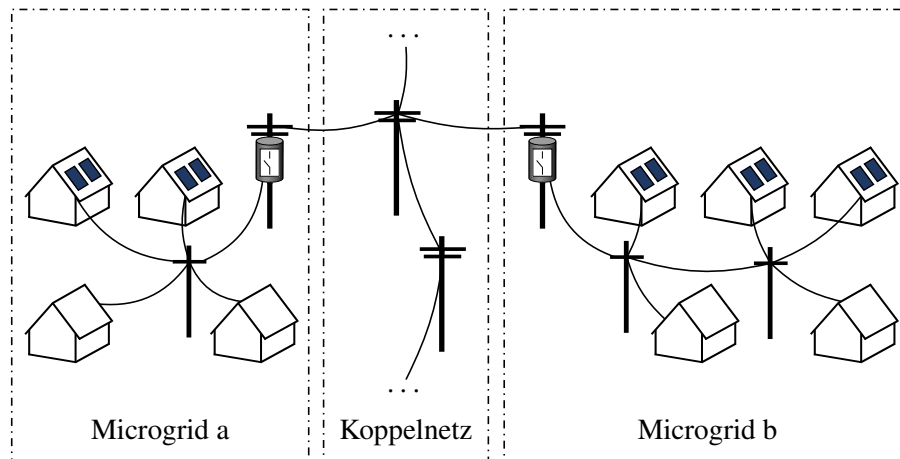


Abbildung 1.1: Microgrid-Verbundnetz

die Microgrids schließlich sowohl unabhängig voneinander (im Inselmodus) als auch miteinander (im netzverbundenen Modus) betrieben werden können. Dies kommt der Versorgungssicherheit zugute, da die Microgrids bei Fehlern im Verbundnetz in den Inselmodus wechseln können, wodurch sich der Fehler nicht auf die Energieversorgung im Gesamtsystem auswirkt.

1.3 Abgrenzung

In dieser Arbeit werden vollständig umrichterbasierte Netze untersucht. Elektrische Generatoren, die bei der konventionellen Stromerzeugung zum Einsatz kommen, werden nicht berücksichtigt. Für den Betrieb eines umrichterbasierten Energienetzes werden viele Regelkreise benötigt, deren umfassende Diskussion den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Um die in dieser Arbeit behandelten Regelkreise von anderen Regelkreisen abzugrenzen, zeigt Abbildung 1.2 einige wichtige Regelziele bei der Erzeugung elektrischer Energie aus regenerativen Quellen sowie übliche Strukturen für den Anschluss von Photovoltaik, Windkraftanlagen und Akkumulatoren an das Energienetz. Die Regelung der Anlagen kann, wie in der Abbildung gezeigt, in die eingangsseitige und die netzseitige Regelung unterteilt werden [8].

Die eingangsseitige Regelung ist von der Form der Primärenergie abhängig. So kann bei Photovoltaikanlagen durch das *Maximum Power Point Tracking* die Energieausbeute maximiert werden, wohingegen bei der Blattwinkelregelung von Windkraftanlagen neben der Energieausbeute auch die mechanische Belastung der Anlage zu berücksichtigen ist [10, 111].

Bei Analyse und Entwurf der netzseitigen Regelung wird zumeist angenommen, dass eine konstante Spannung auf der DC-Seite der Umrichter zur Verfügung steht. So kann die netzseitige Umrichterregelung unabhängig von der eingangsseitigen Regelung und unabhängig von der Form der Primärenergie behandelt werden. Die netzseitige Regelung ist das Thema dieser Arbeit, wobei die in Abbildung 1.2 genannten Oberschwingungen ausgeklammert werden. Die netzseitige Regelung beeinflusst, wie die dezentralen Energieerzeuger und die Lasten über das Energienetz miteinander in Wechselwirkung treten und ist daher für die Stabilität des Energienetzes entschei-

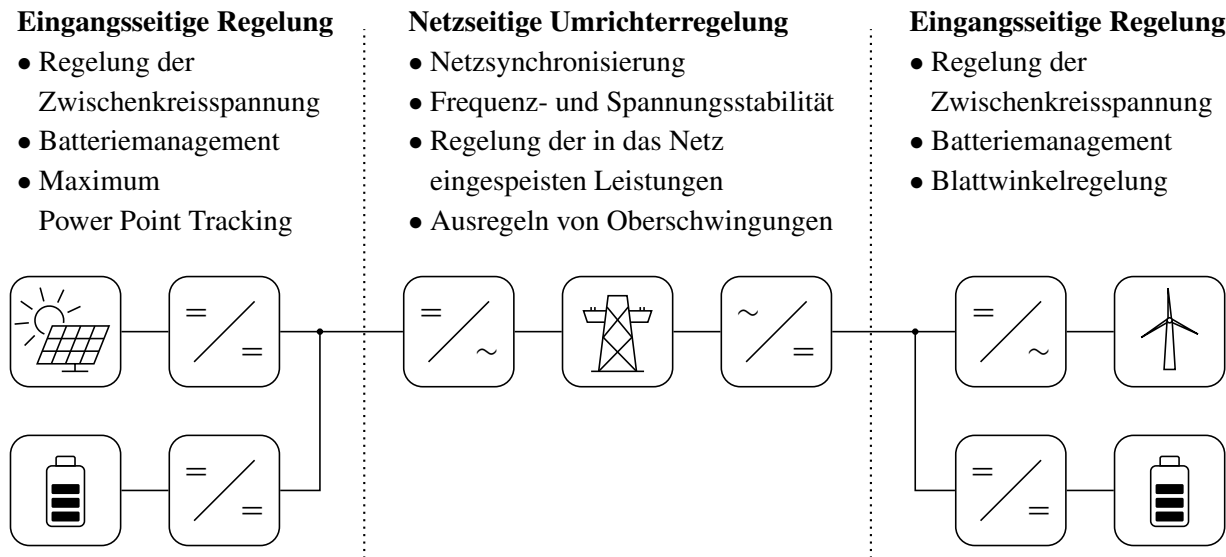


Abbildung 1.2: Übliche Strukturen bei dezentraler Energieerzeugung durch Photovoltaik und Wind und Zuordnung von Regelzielen, vgl. [8]

dend. Die Auslegung der netzseitigen Umrichterregelung stellt aufgrund der Eigenschaften des Energienetzes [66] aber auch eine besondere Herausforderung dar.

1.4 Umrichterschaltungen

Mit der Annahme konstanter Spannungen auf der DC-Seite der netzseitigen Umrichter vereinfachen sich die dezentralen Energieerzeuger in der Modellierung zu dreiphasigen Umrichtern. Eine übliche Umrichterschaltung in Energienetzanwendungen ist in Abbildung 1.3 dargestellt.¹ Durch die Halbierung der DC-Spannung im Zwischenkreis wird die Spannung über den Halbleiterschaltern symmetriert. So wird ein Neutraleiter definiert, in Bezug zu dem negative Spannungen über die Umrichterbrücke gestellt werden können. Außerdem ermöglicht der Neutraleiter, die drei Phasen unabhängig voneinander anzusteuern, was insbesondere bei der Behandlung unsymmetrischer Lasten und der Kompensation von Oberschwingungen vorteilhaft ist [112]. Da die Umrichterbrücken die gewünschten sinusförmigen Spannungen lediglich durch pulsweitenmodulierte Signale annähern, e. g. [23, 77], wird das LC-Filter benötigt, um die Sinusform des Signals herzustellen. Die in Abbildung 1.3 eingezeichneten Schalter zwischen LC-Filter und Stromnetz ermöglichen die Trennung des Umrichters vom Netz sowie seine Synchronisierung mit dem Netz, bevor der Umrichter wieder zugeschaltet wird.

Da selbstgeführte Umrichter für Netzanwendungen typischerweise mit Schaltfrequenzen im Bereich von 2 kHz bis 20 kHz betrieben werden und die zu regelnden Vorgänge deutlich geringere Bandbreiten aufweisen, werden Umrichterbrücke und DC-Spannungsquelle üblicherweise durch eine steuerbare Spannungsquelle modelliert, e. g. [84, 90]. Dieses Modell kann verfeinert werden,

¹Die Verbindung von Zwischenkreis-Mittelpunkt und Neutraleiter ist optional und wird häufig weggelassen.

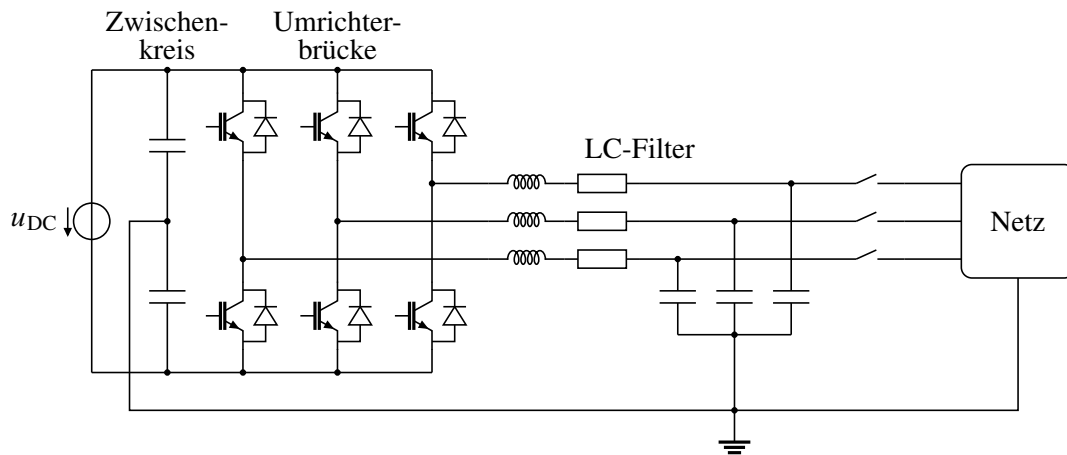


Abbildung 1.3: Schaltbild eines dreiphasigen Umrichters mit LC-Filter für Energienetzanwendungen, e. g. [90, 112]

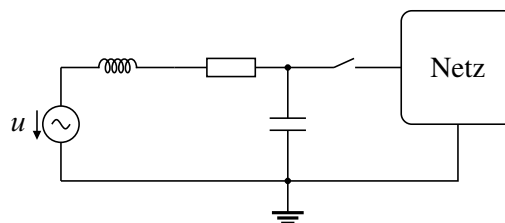


Abbildung 1.4: Vereinfachtes, einphasiges Schaltbild eines Umrichters mit LC-Filter für Energienetzanwendungen

indem die Verarbeitungszeit des Umrichters über eine Padé-Approximation berücksichtigt wird [108]. Wird zudem angenommen, dass das Energienetz symmetrisch aufgebaut ist und symmetrisch betrieben wird, reicht die Darstellung einer Phase zur Beschreibung des Gesamtsystems aus [32] und die dezentrale Erzeugungseinheit kann wie in Abbildung 1.4 dargestellt werden.

1.5 Regelungskonzept

Energienetze werden wegen ihrer Komplexität üblicherweise hierarchisch geregelt [7, 35, 38]. Während das Microgrid-Konzept auf einer räumlichen Dekomposition des Energienetzes fußt, ermöglicht die hierarchische Regelung auch eine Trennung der Prozesse nach ihren Zeitkonstanten: Bei der Analyse schneller Regelkreise können langsame Prozesse und bei der Analyse langsamer Regelkreise können schnelle Prozesse als stationär aufgefasst werden. Daher ist die hierarchische Regelung eine potente Maßnahme, mit großer Komplexität umzugehen, sodass auch in dieser Arbeit ein hierarchisches Regelungskonzept verfolgt wird. Es wird im Folgenden in groben Zügen beschrieben und dadurch gleichzeitig der Aufbau der Arbeit dargelegt.

1.5.1 Umrichtersynchronisierung und Spannungsregelung

Grundlegend für den Betrieb eines Energienetzes ist neben der Fähigkeit zum Schwarzstart, was aber aus regelungstechnischer Sicht keine Herausforderung darstellt, die Fähigkeit der Umrichter, sich an ein bestehendes Netz zu synchronisieren. Diesem Zweck dienen die Schalter zwischen LC-Filter und Energienetz, die in den Abbildungen 1.3 und 1.4 dargestellt sind. Um die Synchronisierung des Umrichters an das Netz zu ermöglichen, wird ein Spannungsregler eingeführt, der die Spannung über die Filterkapazität stationär genau einregelt. Bei offenem Schalter wird die Spannung auf der Netzseite gemessen und über eine Phasenregelschleife Spannungswinkel und Spannungsbetrag bestimmt. Diese dienen als Führungsgrößen für den Spannungsregler. Fällt schließlich keine Spannung mehr über den offenen Schalter ab, kann der Schalter geschlossen und der Umrichter mit dem Energienetz verbunden werden. Sobald der Schalter geschlossen ist, erhält der Spannungsregler seine Referenzgrößen nicht mehr von der Phasenregelschleife, sondern von einem überlagerten Leistungsregler. Die Spannungsregelung wird auch als Level 0-Regelung bezeichnet [7, 38, 42, 43].

1.5.2 Leistungsregelung auf Microgrid-Ebene

Um die von den Umrichtern eingespeisten Leistungen beeinflussen zu können, werden der Spannungsregelung weitere Regelkreise überlagert. Abbildung 1.5 ergänzt Abbildung 1.1 um diese überlagerten Regelkreise, auf die im Folgenden kurz eingegangen wird.

Betrachtet werden erst einmal die Leistungsflüsse innerhalb eines Microgrids. Diese zu beeinflussen ist die Aufgabe der Leistungsregelung auf Microgrid-Ebene, die aus Primär- und Sekundärregelung besteht, vgl. Abbildung 1.5. Um robust gegen Kommunikationsausfälle zu sein, werden die fundamentalen Ziele von der dezentralen Primärregelung umgesetzt: Approximative Leistungsaufteilung, Frequenz- und Spannungsstabilität. Unter Leistungsaufteilung ist zu verstehen, dass die Umrichter nach einer Laständerung die zusätzlich einzuspeisende Leistung untereinander aufteilen und nicht etwa ein Umrichter die komplette zusätzliche Last übernimmt [12, 46, 90]. Dadurch werden Akkumulatoren gleichmäßig geleert oder gefüllt und einzelne Umrichter nicht überlastet. Frequenz- und Spannungsstabilität beschreibt die Anforderung, dass Frequenz und Spannungsamplituden innerhalb vorgesehener Intervalle bleiben [57].

Häufig wird stationär genaue Wirkleistungsaufteilung durch die Primärregelung umgesetzt und dazu die Reglerstruktur eingeschränkt [91, 99, 100]. In dieser Arbeit wird stattdessen nur approximative Leistungsaufteilung [40, 41] durch die Primärregelung implementiert, da stationäre Genauigkeit der Leistungsaufteilung kein für die Stabilität des Netzes unmittelbar relevantes Regelziel ist.

Es wird angenommen, dass für jedes Microgrid eine zentrale Steuereinheit existiert, die mit jedem Umrichter innerhalb des Microgrids kommuniziert und im Folgenden *Microgrid-Controller* genannt wird. Dies ermöglicht die Umsetzung der innerhalb eines Microgrids zentralen und in Abbildung 1.5 dargestellten Sekundärregelung, mit der weniger zeitkritische Regelziele verfolgt

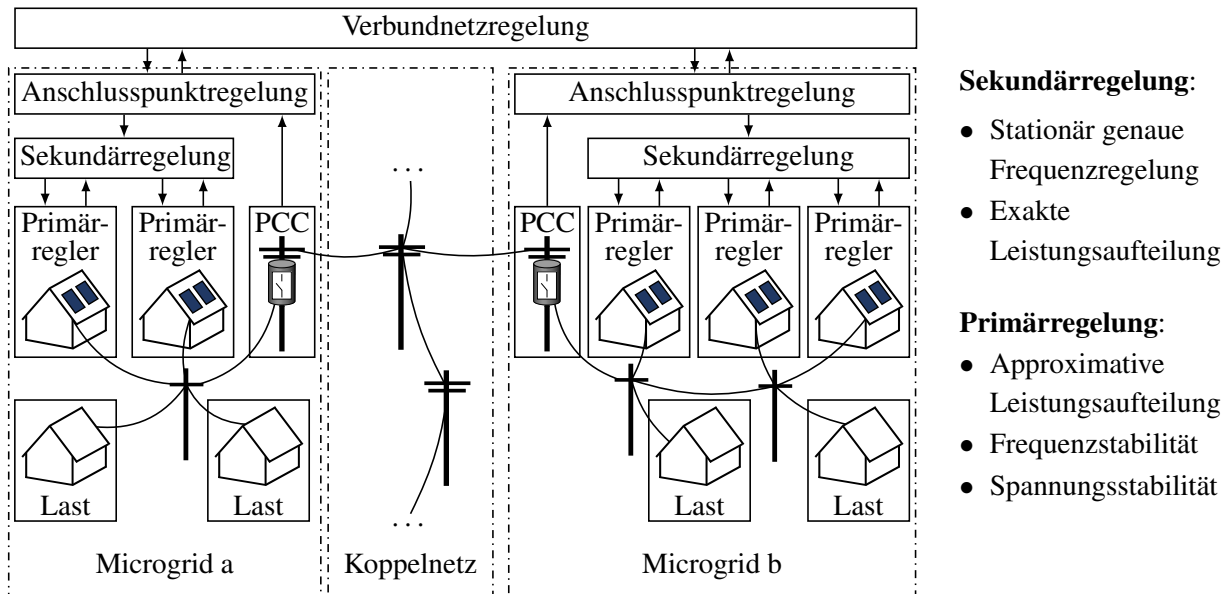


Abbildung 1.5: Leistungsregelung auf Microgrid-Ebene, zugehörige Regelziele und weitere überlagerte Regelkreise

werden: Stationäre Genauigkeit der Frequenz und exakte Leistungsaufteilung [48, 49]. Oft wird die Sekundärregelung auch dazu verwendet, die Spannungsbeträge stationär genau auf die Nominalspannung zu regeln. Dies hat jedoch den Nachteil, dass bei konstanten Spannungsbeträgen die Relativwinkel zwischen den Spannungen größer werden müssen, um die gleiche Leistung über die Leitungen zu transportieren. Da die Relativwinkel aber nicht gemessen werden und große Relativwinkel zu verstärkt nichtlinearem Systemverhalten führen [40], wird in dieser Arbeit von diesem Regelziel Abstand genommen.

1.5.3 Anschlusspunktregelung

Durch Primär- und Sekundärregelung wird der Lastfluss innerhalb eines Microgrids eingeregelt. Um ein Microgrid jedoch an ein bestehendes Verbundnetz anzuschließen, muss die Spannung am Anschlusspunkt des Microgrids, dem *point of common coupling* (PCC), stationär genau auf die Spannung des Verbundnetzes eingeregelt werden. Zu diesem Zweck wird die in Abbildung 1.5 eingezeichnete Anschlusspunktregelung eingeführt. Wie die Sekundärregelung wird die Anschlusspunktregelung vom Microgrid-Controller umgesetzt, dem dazu die Messungen am Anschlusspunkt vor und hinter dem Trennschalter zur Verfügung stehen.

Die Anschlusspunktregelung wird auch nach dem Schließen des Trennschalters weiter verwendet. Ihre Führungsgrößen für die Spannung am Anschlusspunkt erhält sie dann von der überlagerten Verbundnetzregelung, deren Aufgabe es ist, die von den Microgrids in das Koppelnetz eingespeiste Leistung einzuregeln. Die Verbundnetzregelung ist somit die Leistungsregelung auf Verbundnetz-Ebene.

1.5.4 Leistungsregelung auf Verbundnetz-Ebene

Die Verbundnetzregelung wird deutlich langsamer ausgelegt als die unterlagerten Regelkreise, sodass die Anschlusspunktregelung aus Sicht der Verbundnetzregelung als stationär angesehen werden kann. Da die Anschlusspunktregelung außerdem aufgrund ihrer I-Anteile stationär genau ist, kann aus Sicht der Verbundnetzregelung jedes Microgrid als steuerbare Spannungsquelle modelliert werden. Diese Vorgehensweise weist zwei Vorteile auf. Einerseits bleibt die Ordnung der Strecke auch bei Auslegung der Verbundnetzregelung relativ klein. Andererseits gleicht das Modell der Regelstrecke beim Entwurf der Verbundnetzregelung dem Modell der Regelstrecke beim Entwurf der Leistungsregelung auf Microgrid-Ebene, sodass die Ansätze zur Regelung der Leistung innerhalb eines Microgrids, d. h. Primär- und Sekundärregelung, auch für die Verbundnetzregelung verwendet werden können. Das in dieser Arbeit beschriebene Regelungskonzept kann auf diese Weise auch dazu verwendet werden, Microgrid-Verbundnetze zu noch größeren Verbünden zusammenzuschließen.

1.6 Vorgehensweise

Zuerst werden in Kapitel 2 die benötigten Grundlagen dargelegt. Die mathematische Notationsweise wird erläutert und die für die Modellierung und Regelung fundamentalen Koordinatensysteme werden diskutiert. Anschließend wird die in dieser Arbeit verwendete graphenbasierte Beschreibung von Energienetzen geschildert. Dabei wird die Notationsweise für einzelne Microgrids eingeführt und schließlich auf Microgrid-Verbundnetze erweitert.

In Kapitel 3 wird die für die Synchronisationsvorgänge benötigte Phasenregelschleife diskutiert. Dabei werden insbesondere die Eigenschaften der nichtlinearen Phasenregelschleife analysiert und schließlich aufgezeigt, wie die Parameter derselben in Abhängigkeit der gewünschten Zeitkonstanten und der Nominalspannung des Netzes gewählt werden können. Die Eigenschaften der Phasenregelschleife werden sowohl für den Fall diskutiert, dass der übliche PI-Regler zur Anwendung kommt, als auch für den Fall, dass ein P-Regler verwendet wird.

Anschließend wird in Kapitel 4 die Spannungsregelung behandelt. Dazu wird erst das Modell des LC-Filters hergeleitet und eine Möglichkeit zur Begrenzung des Umrichterstroms aufgezeigt. Dann wird eine Reglerstruktur für die Spannungsregelung vorgeschlagen und diskutiert, wobei insbesondere auf die Rückführung des in das Netz eingespeisten Stroms eingegangen wird. Es wird die Möglichkeit beschrieben, die Spannung über die Kapazität bei geöffnetem Schalter während der Synchronisierung zu beobachten, wodurch Messungen eingespart werden können. Schließlich wird die Frage der Stabilität verkoppelter, spannungsgeregelter Umrichter behandelt. Hierzu wird eine hinreichende Stabilitätsbedingung hergeleitet, die bei einem dezentralen Entwurf der Spannungsregler berücksichtigt werden kann und die Stabilität des Netzes unabhängig von der Anzahl der mit dem Netz verbundenen Umrichter garantiert. Die Ergebnisse werden anhand eines Beispielsystems veranschaulicht und anhand von Simulationen diskutiert.

In Kapitel 5 wird die hierarchische Leistungsregelung auf Microgrid-Ebene behandelt. Erst wird das für die Diskussion der Leistungsregelung verwendete nichtlineare Microgridmodell hergeleitet und linearisiert. Dann werden die dezentralen Primärregler auf Basis des linearisierten Microgridmodells ausgelegt. Schließlich wird die innerhalb eines Microgrids zentrale Sekundärregelung behandelt. Diese basiert auf einer Aufschaltung des durch einen reduzierten Beobachter rekonstruierten Einflusses der Lasten auf die Microgriddynamik. Für die Auslegung der Aufschaltung wird die Theorie der Ausgangsregulierung verwendet.

Die für das Zusammenschalten von Microgrids zu Microgrid-Verbundnetzen benötigten Regelkreise werden in Kapitel 6 behandelt. Erst wird beschrieben, wie ein Microgrid an ein bereits bestehendes Verbundnetz synchronisiert werden kann. Die dabei verwendete Regelung wird auch nach dem Zusammenschalten des Microgrids mit dem Verbundnetz als Anschlusspunktregelung weiterverwendet, wodurch für die Verbundnetzregelung die gleichen Konzepte Anwendung finden können, wie sie für die Leistungsregelung auf Microgrid-Ebene erarbeitet wurden.

In Kapitel 7 wird die Arbeit zusammengefasst und ein kurzer Ausblick auf ausstehende Arbeiten gegeben.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden im ersten Abschnitt einige grundlegende Notationsweisen beschrieben. Der zweite Abschnitt behandelt die Normierung dynamischer Modelle, wobei sowohl das in der Energietechnik übliche Per Unit-System behandelt wird, als auch die in der Regelungstechnik übliche Vorgehensweise zur Normierung von Zustandsraumsystemen. Dann werden im dritten Abschnitt die für diese Arbeit fundamentalen Koordinatensysteme eingeführt und die dabei verwendete Notationsweise erläutert. Anschließend wird im vierten Abschnitt die Beschreibung von Microgrids und Microgrid-Verbundnetzen anhand von Graphen diskutiert, wobei weitere wichtige Konventionen dargelegt werden. Schließlich wird die Modellierung von Stromleitungen beschrieben, die grundlegend für die Modellierung von Energienetzen ist.

2.1 Mathematische Notation

Vektoren werden durch fettgedruckte Kleinbuchstaben und Matrizen durch fettgedruckte Großbuchstaben gekennzeichnet. Um Spaltenvektoren $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ zu stapeln, wird

$$\text{col}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) = [\mathbf{x}_1^\top, \dots, \mathbf{x}_n^\top]^\top$$

geschrieben. Abkürzend wird auch die Notationsweise $\text{col}(\mathbf{x}_i) = \text{col}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ verwendet, wenn aus dem Kontext hervorgeht, welche Werte i annimmt. Der Vektorisierungsoperator wird verwendet, um eine Matrix \mathbf{A} in einen Spaltenvektor zu überführen: $\text{vec}(\mathbf{A}) = \text{col}(\mathbf{a}_i)$, wobei \mathbf{a}_i die Spalten der Matrix \mathbf{A} bezeichnen. Um eine Blockdiagonalmatrix aus den Matrizen $\mathbf{A}_i, i \in \{1, \dots, n\}$ zu erzeugen, werden Winkelklammern wie folgt verwendet:

$$\langle \mathbf{A}_i \rangle = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{A}_n \end{bmatrix}.$$

Die Winkelklammern werden auch verwendet, um auf eine Diagonalmatrix $\langle \mathbf{x} \rangle$ mit dem Vektor \mathbf{x} auf der Hauptdiagonalen zu verweisen. Mengen werden durch kalligraphische Buchstaben gekennzeichnet und die Kardinalität einer Menge \mathcal{A} durch Betragsstriche $|\mathcal{A}|$. Auf den Realteil einer komplexen Zahl a wird durch $\text{Re}(a)$ und auf den Imaginärteil durch $\text{Im}(a)$ verwiesen. Für die komplexe Konjugation wird die Schreibweise $a^* = \text{Re}(a) - j\text{Im}(a)$ verwendet, wobei j die imaginäre Einheit bezeichnet. Für das Kronecker-Produkt zweier Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} wird $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ geschrieben, vgl. Abschnitt A.1. Um den stationären Wert eines Signals x zu kennzeichnen, wird \circ als Hochindex verwendet: x° . Für die elementweise Multiplikation zweier Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} wird $\mathbf{A} \circ \mathbf{B}$ geschrieben und für die elementweise Inverse $\mathbf{A}^{\circ(-1)} := (1/a_{ij})$. Eine n -stellige Permutation $\pi : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ mit $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(n))$ wird über ihre Wirkung auf

die Einträge eines Spaltenvektors $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ definiert [74]. Wird \mathbf{x} über die Permutation π auf den Spaltenvektor $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ abgebildet, so besagt $\pi(i) = j$, dass der i -te Eintrag von \mathbf{x} auf den j -ten Eintrag von \mathbf{y} abgebildet wird. Die zugehörige Permutationsmatrix ist dann $\mathbf{P}_\pi = (p_{ji})$ mit

$$p_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{für } \pi(i) = j, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Der i -te kanonische Einheitsvektor passender Dimension wird mit \mathbf{e}_i bezeichnet.

2.2 Normierung

Bei der Untersuchung dynamischer Systeme liegen die Wertebereiche der Ein- und Ausgangsgrößen häufig um Größenordnungen auseinander. Dies führt auch zu sehr unterschiedlichen Einträgen in den Zustandsmatrizen, was wiederum zu numerischen Problemen führen kann. Eine Normierung kann hier Abhilfe schaffen und gleichzeitig die Interpretation des Systemverhaltens, bspw. anhand von Simulationen oder Normen, vereinfachen [101].

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Modellgleichungen immer ohne Normierung angegeben. Die Simulationen und Reglerentwürfe werden aber teilweise mit normierten Systemen durchgeführt. Das Rechnen mit normierten Systemen ist in der Energietechnik der Normalfall und das in diesem Abschnitt vermittelte Grundlagenwissen für das Lesen eines Großteils der angegebenen Literatur daher notwendig.

2.2.1 Per Unit-System

Bei der Analyse von Energienetzen werden die Systeme durch Verwendung des sogenannten Per Unit-Systems (p. u.) normiert, e. g. [14, 32, 56, 93]. Für jede Systemgröße x wird eine Bezugsgröße x_b gleicher Dimension angegeben. Die dimensionslosen p. u.-Größen x_{pu} werden dann aus den Systemgrößen gewonnen, indem die Systemgrößen durch die Bezugsgrößen dividiert werden:

$$x_{pu} = \frac{x}{x_b}.$$

Die Bezugsgrößen sind so gewählt, dass die normierten Systemgrößen unter Normalbedingungen 1 p. u. entsprechen. Insbesondere wenn ein Netz untersucht wird, in dem unterschiedliche Spannungsniveaus vorkommen, hat die Modellierung im Per Unit-System große Vorteile. Denn ideale Transformatoren, die auch in den Modellen realer Transformatoren verwendet werden, können über die Verwendung entsprechender Per Unit-Systeme modelliert werden und kommen dann im normierten Modell nicht mehr vor.

Für die Definition eines Per Unit-Systems reicht die Angabe von drei Bezugsgrößen aus, da die anderen Bezugsgrößen dann aus diesen berechnet werden können. Hierzu können bspw. der Bezugswert der Scheinleistung s_b , der Bezugswert der Spannung u_b und der Bezugswert der Winkelgeschwindigkeit der Spannung ω_b angegeben werden. Die fehlenden Bezugswerte können aus

diesen wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 \text{Strombezugswert} \quad i_b &= \frac{s_b}{u_b}, \\
 \text{Impedanzbezugswert} \quad Z_b &= \frac{u_b}{i_b} = \frac{u_b^2}{s_b}, \\
 \text{Zeitbezugswert} \quad t_b &= \frac{1}{\omega_b}, \\
 \text{Induktivitätsbezugswert} \quad L_b &= \frac{u_b t_b}{i_b} = \frac{u_b^2 t_b}{s_b}, \\
 \text{Kapazitätsbezugswert} \quad C_b &= \frac{i_b t_b}{u_b} = \frac{s_b t_b}{u_b^2}.
 \end{aligned}$$

Die Transformation algebraischer Gleichungen in p. u. ist einfach. So wird aus $u = Ri$ direkt

$$u_{pu} = \frac{u}{u_b} = \frac{Ri}{Z_b i_b} = R_{pu} i_{pu}.$$

Wenn die Zeit nicht normiert werden soll, muss bei der Normierung von Differenzialgleichungen besser aufgepasst werden als bei der Normierung algebraischer Gleichungen. So gilt bspw. für die Differenzialgleichung eines elektrischen R-L-Spannungskreises

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (2.1)$$

durch Normierung aller Systemgrößen ausgenommen der Zeit

$$u_{pu} = \frac{u}{u_b} = \frac{Ri + L \frac{di}{dt}}{u_b} = \frac{Ri}{Z_b i_b} + \frac{L \frac{di}{dt}}{L_b i_b \omega_b} = R_{pu} i_{pu} + L_{pu} \frac{1}{\omega_b} \frac{di_{pu}}{dt}.$$

Folglich erscheint der zusätzliche Term $1/\omega_b = t_b$ vor dem Ableitungsoperator. Soll die Zeit ebenfalls normiert werden, ergibt sich hingegen sofort

$$u_{pu} = R_{pu} i_{pu} + L_{pu} \frac{di_{pu}}{dt_{pu}}.$$

2.2.2 Normierung von Zustandsraumsystemen

Auch in der Regelungstechnik werden dynamische Systeme oft normiert betrachtet, um die numerischen Eigenschaften und die Interpretierbarkeit der Modelle zu verbessern [101]. Um ein Zustandsraumsystem

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.2a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (2.2b)$$

zu normieren, bzw. in das Per Unit-System zu überführen, wird vom Zusammenhang zwischen den Systemgrößen und den normierten Systemgrößen ausgegangen

$$\mathbf{x} = \langle \mathbf{x}_b \rangle \mathbf{x}_{pu}, \quad \mathbf{u} = \langle \mathbf{u}_b \rangle \mathbf{u}_{pu}, \quad \mathbf{y} = \langle \mathbf{y}_b \rangle \mathbf{y}_{pu}. \quad (2.3)$$

Dabei sind \mathbf{x}_b , \mathbf{u}_b und \mathbf{y}_b die Vektoren der Bezugsgrößen der jeweiligen Signale. Aus dem Zustandsraumsystem (2.2) wird mit (2.3)

$$\dot{\mathbf{x}}_{pu} = \langle \mathbf{x}_b \rangle^{-1} \mathbf{A} \langle \mathbf{x}_b \rangle \mathbf{x}_{pu} + \langle \mathbf{x}_b \rangle^{-1} \mathbf{B} \langle \mathbf{u}_b \rangle \mathbf{u}_{pu} \quad (2.4a)$$

$$\mathbf{y}_{pu} = \langle \mathbf{y}_b \rangle^{-1} \mathbf{C} \langle \mathbf{x}_b \rangle \mathbf{x}_{pu} + \langle \mathbf{y}_b \rangle^{-1} \mathbf{D} \langle \mathbf{x}_u \rangle \mathbf{u}_{pu} . \quad (2.4b)$$

Hier könnte die Frage aufgeworfen werden, ob diese Vorgehensweise mit der in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Vorgehensweise äquivalent ist, wo doch der bei der Normierung von Differenzialgleichungen erwähnte zusätzliche Term t_b vor dem Ableitungsoperator nicht zu erkennen ist. Um zu verdeutlichen, dass beide Vorgehensweisen gleichwertig sind, wird (2.1) gemäß (2.4a) normiert

$$\frac{di_{pu}}{dt} = -i_b^{-1} \frac{R}{L} i_b i_{pu} + i_b^{-1} \frac{1}{L} u_b u_{pu} = -\frac{R}{L} i_{pu} + \frac{Z_b}{L} u_{pu}$$

und umgeformt

$$\frac{L}{Z_b} \frac{di_{pu}}{dt} = -R_{pu} i_{pu} + u_{pu} .$$

Wegen des Zusammenhangs $L_b = t_b Z_b$ ergibt sich

$$t_b L_{pu} \frac{di_{pu}}{dt} = -R_{pu} i_{pu} + u_{pu} ,$$

sodass nun zu erkennen ist, dass auch bei der in diesem Abschnitt beschriebenen Vorgehensweise der zusätzliche Term t_b vor dem Ableitungsoperator erscheint. In (2.4a) ist dieser in den normierten Systemmatrizen $\langle \mathbf{x}_b \rangle^{-1} \mathbf{A} \langle \mathbf{x}_b \rangle$ und $\langle \mathbf{x}_b \rangle^{-1} \mathbf{B} \langle \mathbf{u}_b \rangle$ enthalten.

2.3 Koordinatensysteme

2.3.1 Park-Transformation

Dreiphasige Wechselstrom-Signale werden durch einen von der Zeit abhängigen Vektor beschrieben $\mathbf{x}_{abc}(t) = [x_a(t), x_b(t), x_c(t)]^T$. Eine übliche Annahme bei der Modellierung und Regelung von Energienetzen, die auch in dieser Arbeit getroffen wird, ist, dass das Netz symmetrisch aufgebaut ist und symmetrisch betrieben wird, vgl. bspw. [92]. Unter dieser Annahme können im Modell ausschließlich symmetrische Signale

$$\mathbf{x}_{abc}(t) = \hat{x}(t) \begin{bmatrix} \cos(\phi(t)) \\ \cos(\phi(t) - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\phi(t) + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

auftreten, die bekannterweise durch zwei Parameter im Zeitverlauf definiert werden können: der Amplitude $\hat{x}(t)$ und dem Phasenwinkel $\phi(t)$. Die Clarke-Transformation

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

überführt das symmetrische dreidimensionale Signal \mathbf{x}_{abc} ohne Informationsverlust auf das zweidimensionale Signal $\mathbf{x}_{\alpha\beta}$

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{\alpha\beta} \mathbf{x}_{abc}, \quad \mathbf{x}_{abc} = \mathbf{T}_{\alpha\beta}^\top \mathbf{x}_{\alpha\beta}.$$

Durch Einführen eines rotierenden Koordinatensystems lässt sich aus der Clarke-Transformation die Park-Transformation, auch als dq-Transformation $\mathbf{T}_{dq}(\theta)$ bezeichnet, ableiten

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{dq}(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Wie die Clarke-Transformation, transformiert auch die Park-Transformation symmetrische, dreiphasige Wechselstrom-Signale \mathbf{x}_{abc} ohne Informationsverlust auf zweidimensionale Signale \mathbf{x}_{dq} :

$$\mathbf{x}_{dq} = [x_d, x_q]^\top = \mathbf{T}_{dq}(\theta) \mathbf{x}_{abc}, \quad \mathbf{T}_{dq}^\top(\theta) \mathbf{x}_{dq} = \mathbf{x}_{abc}.$$

Für das dq-transformierte symmetrische Signal (2.5) ergibt sich

$$\mathbf{x}_{dq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{x} \begin{bmatrix} \cos(\theta - \phi) \\ -\sin(\theta - \phi) \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Die Signale \mathbf{x}_{dq} sind somit konstant, wenn die Änderungsraten von Transformationswinkel θ und Phasenwinkel ϕ gleich sind und sich die Amplitude \hat{x} im Zeitverlauf nicht ändert.

Für eine ausführlichere Diskussion beider Transformationen wird auf [80] verwiesen, wo auch ein kurzer geschichtlicher Überblick gegeben wird. Bei der mathematischen Beschreibung elektrischer Maschinen, e. g. [54, 55], und bei der Modellierung konventioneller Energienetze als verkoppelte Synchronmaschinen, e. g. [56, 86, 89], wird die Park-Transformation schon seit langem verwendet. Auch die in den folgenden Abschnitten definierten *Netzwerk-* und *Umrichterkoordinaten* werden bei der Modellierung konventioneller Energienetze verwendet, wobei dann statt von *Umrichterkoordinaten* von *Maschinenkoordinaten* gesprochen wird.

2.3.2 Netzwerkkoordinaten

Die Leitungen und Lasten werden in dq-Koordinaten modelliert, die sich mit der nominalen Winkelgeschwindigkeit des Netzes ω_b drehen. Der entsprechende Transformationswinkel $\underline{\theta}(t)$ kann daher über

$$\underline{\theta}(t) = \underline{\theta}_0 + \int_0^t \omega_b d\tau = \theta_0 + t\omega_b \quad (2.8)$$

bestimmt werden, wobei $\underline{\theta}_0$ den Winkel $\underline{\theta}$ zum Zeitpunkt $t = 0$ bezeichnet. Die dq-Transformation mit dem Transformationswinkel $\underline{\theta}$ wird als dq-Transformation in Netzwerkkoordinaten bezeichnet. Für $\mathbf{T}_{dq}(\underline{\theta})$ wird abkürzend \mathbf{T} geschrieben. Das resultierende Koordinatensystem wird Netzwerkkoordinatensystem genannt. Für in diesem Koordinatensystem beschriebene Signale wird $\underline{\mathbf{x}}$

geschrieben, sodass die Zusammenhänge

$$\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{T}} \mathbf{x}_{\text{abc}}, \quad \mathbf{x}_{\text{abc}} = \underline{\mathbf{T}}^\top \underline{\mathbf{x}} \quad (2.9)$$

folgen.

2.3.3 Umrichterkoordinaten

Jeder Umrichter i wird samt seines LC-Filters hingegen in dq-Koordinaten beschrieben, die sich mit den Winkelgeschwindigkeiten $\omega_i(t)$ drehen, die während des Synchronisationsprozesses durch die Phasenregelschleifen und im Normalbetrieb durch die Leistungsregler bestimmt werden. Da die Umrichter unterschiedliche Transformationswinkel haben, werden die resultierenden Koordinatensysteme auch lokale dq-Koordinatensysteme genannt. Der Transformationswinkel eines Umrichters i wird dann über

$$\theta_i(t) = \theta_{i,0} + \int_0^t \omega_i(\tau) d\tau \quad (2.10)$$

berechnet. Für $\mathbf{T}_{\text{dq}}(\theta_i)$ wird abkürzend $\mathbf{T}_{\text{dq},i}$ geschrieben. Die resultierenden Signale \mathbf{x} in Umrichterkoordinaten werden nicht gekennzeichnet. Damit ergeben sich die Zusammenhänge

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}_{\text{dq},i} \mathbf{x}_{\text{abc}}, \quad \mathbf{x}_{\text{abc}} = \mathbf{T}_{\text{dq},i}^\top \mathbf{x}.$$

Um geschickt zwischen Netzwerkkoordinaten und Umrichterkoordinaten transformieren zu können, ist es naheliegend, den jeweiligen Winkel zwischen den beiden Koordinatensystemen

$$\delta_i = \theta_i - \underline{\theta} \quad (2.11)$$

zu verwenden. Wegen $\theta_i = \delta_i + \underline{\theta}$ und (2.6) folgt dann

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_i + \underline{\theta}) & \sin(\delta_i + \underline{\theta}) \\ -\sin(\delta_i + \underline{\theta}) & \cos(\delta_i + \underline{\theta}) \end{bmatrix} \mathbf{T}_{\alpha\beta} \mathbf{x}_{\text{abc}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_i} \mathbf{T}_{\alpha\beta} \mathbf{x}_{\text{abc}} = \mathbf{T}_i \underline{\mathbf{x}}, \quad (2.12)$$

sodass die Drehmatrix \mathbf{T}_i verwendet werden kann, um Signale aus globalen dq-Koordinaten in lokale dq-Koordinaten zu transformieren, vgl. bspw. [56, 89, 92]. Da die Drehmatrix orthogonal ist, ergibt sich für die Rücktransformation

$$\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{T}_i^\top \mathbf{x}.$$

Der Transformationswinkel δ_i kann auch über

$$\delta_i(t) = \delta_{i,0} + \int_0^t \dot{\delta}_i(\tau) d\tau = \delta_{i,0} + \int_0^t (\omega_i(\tau) - \omega_b) d\tau$$

berechnet werden, vgl. (2.11), (2.10) und (2.8) .

Tabelle 2.1: Notationsweise bezüglich der Koordinatensysteme

Koordinatensystem	Reelle Notation	Komplexe Notation
abc-Koordinaten	$\mathbf{x}_{abc} = [x_a, x_b, x_c]^T$	-
Netzwerkkoordinaten	$\underline{\mathbf{x}} = [\underline{x}_d, \underline{x}_q]^T$	$\underline{x} = \underline{x}_d + j\underline{x}_q$
Umrichterkoordinaten	$\mathbf{x} = [x_d, x_q]^T$	$\ddot{x} = x_d + jx_q$

2.3.4 Komplexe Notationsweise

In den voranstehenden Abschnitten wurden Netzwerk- und Umrichter-Koordinatensysteme anhand der Park-Transformation eingeführt und dabei reelle Zahlen verwendet. Bei der Diskussion elektrischer Wechselstromnetze ist es an vielen Stellen jedoch vorteilhaft, die Gleichungen mithilfe komplexer Zahlen zu formulieren. Dann wird die d-Komponente als Realteil und die q-Komponente als Imaginärteil aufgefasst. Komplexe Signale in Netzwerkkoordinaten werden mit einer Untertilde und komplexe Signale in Umrichterkoordinaten werden durch ein Trema unter dem Signal gekennzeichnet. Tabelle 2.1 fasst die Notationen für die verschiedenen Schreibweisen zusammen. Die Transformation zwischen Netzwerkkoordinaten und Umrichterkoordinaten ist bei reeller Notation die Rotationsmatrix \mathbf{T}_i , vgl. (2.12). Entsprechend gilt bei komplexer Notation die Transformation

$$\underline{x} = \ddot{x} e^{j\delta_i}. \quad (2.13)$$

2.4 Graphenbasierte Beschreibung von Energienetzen

2.4.1 Beschreibung eines Microgrids

Abbildung 2.1 zeigt auf der linken Seite schematisch ein beispielhaftes Microgrid. Um dieses Microgrid zu modellieren, wird der auf der rechten Seite der Abbildung gezeigte Graph herangezogen. Knoten und Kanten des Graphen sind aufsteigend durchnummeriert. Die ebenfalls auf der rechten Seite von Abbildung 2.1 gezeigten Mengen werden verwendet, um ähnliche Kanten und Knoten des Graphen zusammenzufassen.

Die Erde bzw. der Nullleiter des Netzes wird durch Knoten 0 modelliert. Die 0 ist das einzige Element der Menge \mathcal{O} . Die Ausgänge der Umrichterbrücken werden durch die Knoten in \mathcal{I}_b modelliert, die Ausgänge der LC-Filter entsprechen den Knoten in \mathcal{I}_c , die Elemente in \mathcal{B} repräsentieren Sammelschienen und die Knoten in \mathcal{L} beschreiben die Lasten. Die Indexmenge \mathcal{C} beinhaltet den Knoten, an dem das Microgrid mit anderen Netzen verbunden werden kann. Es wird davon ausgegangen, dass jedes Microgrid nur einen solchen Anschlusspunkt hat.

Die Induktivitäten der LC-Filter werden durch die Kanten in \mathcal{E}_l beschrieben und die Kapazitäten der LC-Filter durch die Kanten in \mathcal{E}_c . Die Kanten in \mathcal{E}_s werden dazu verwendet, den Anschluss der

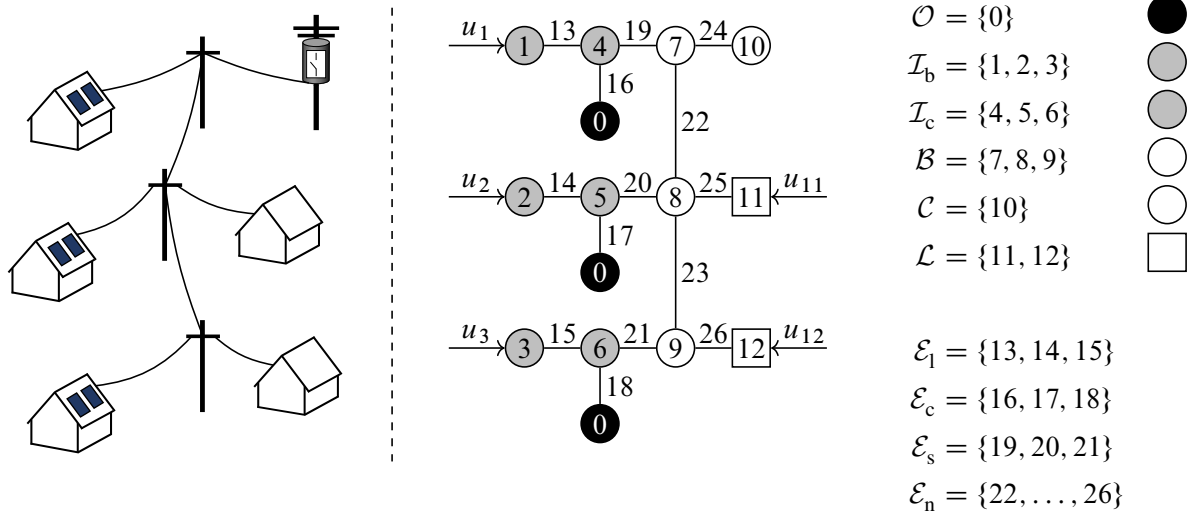


Abbildung 2.1: Graphenbasierte Beschreibung eines Microgrids

Umrichter an das Netz zu beschreiben. Insbesondere können auch eventuell vorhandene Transformatoren zwischen den Umrichtern und dem Netz durch die Kanten in \mathcal{E}_s modelliert werden. Stromleitungen werden durch Kanten in \mathcal{E}_n repräsentiert.

Um die elektrischen Größen im Netz präzise und kompakt zu bezeichnen, werden die Knoten- und Kantenmengen des Graphen als Indizes verwendet, wie in den folgenden Beispielen veranschaulicht. Bspw. werden die Spannungen über die Filterkapazitäten in Umrichterkoordinaten durch

$$\mathbf{u}_{\mathcal{E}_c} = \text{col}(\mathbf{u}_{16}, \mathbf{u}_{17}, \mathbf{u}_{18})$$

bezeichnet. Dabei ist \mathbf{u}_{16} dann im Koordinatensystem des ersten Umrichters, \mathbf{u}_{17} in dem des zweiten Umrichters und \mathbf{u}_{18} in dem des dritten Umrichters beschrieben. Äquivalent ließe sich im vorliegenden Netz auch

$$\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c} = \text{col}(\mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_6) = \mathbf{u}_{\mathcal{E}_c}$$

schreiben. Um auf einzelne Elemente einer der Indexmengen zu verweisen, wird das Element der Indexmenge als Hochindex hinzugefügt. So bezeichnet bspw. $\mathbf{u}_{\mathcal{E}_c^i}$ die Spannung über die Filterkapazität des i -ten Umrichters.

2.4.2 Beschreibung verkoppelter Microgrids

Um verkoppelte Microgrids zu beschreiben, muss eine Notationsweise verwendet werden, die es ermöglicht, zwischen den Microgrids zu unterscheiden. Dazu wird jedem Microgrid ein Buchstabe zugeordnet. Zur Veranschaulichung wird das in Abbildung 2.2 gezeigte Microgrid-Verbundnetz herangezogen, das aus drei Microgrids besteht, welche die in Abbildung 2.1 gezeigte Topologie aufweisen. Den drei Microgrids wurden die Buchstaben a, b und c zugewiesen. $\mathcal{M} = \{a, b, c\}$ bezeichnet die Menge der Microgrids.

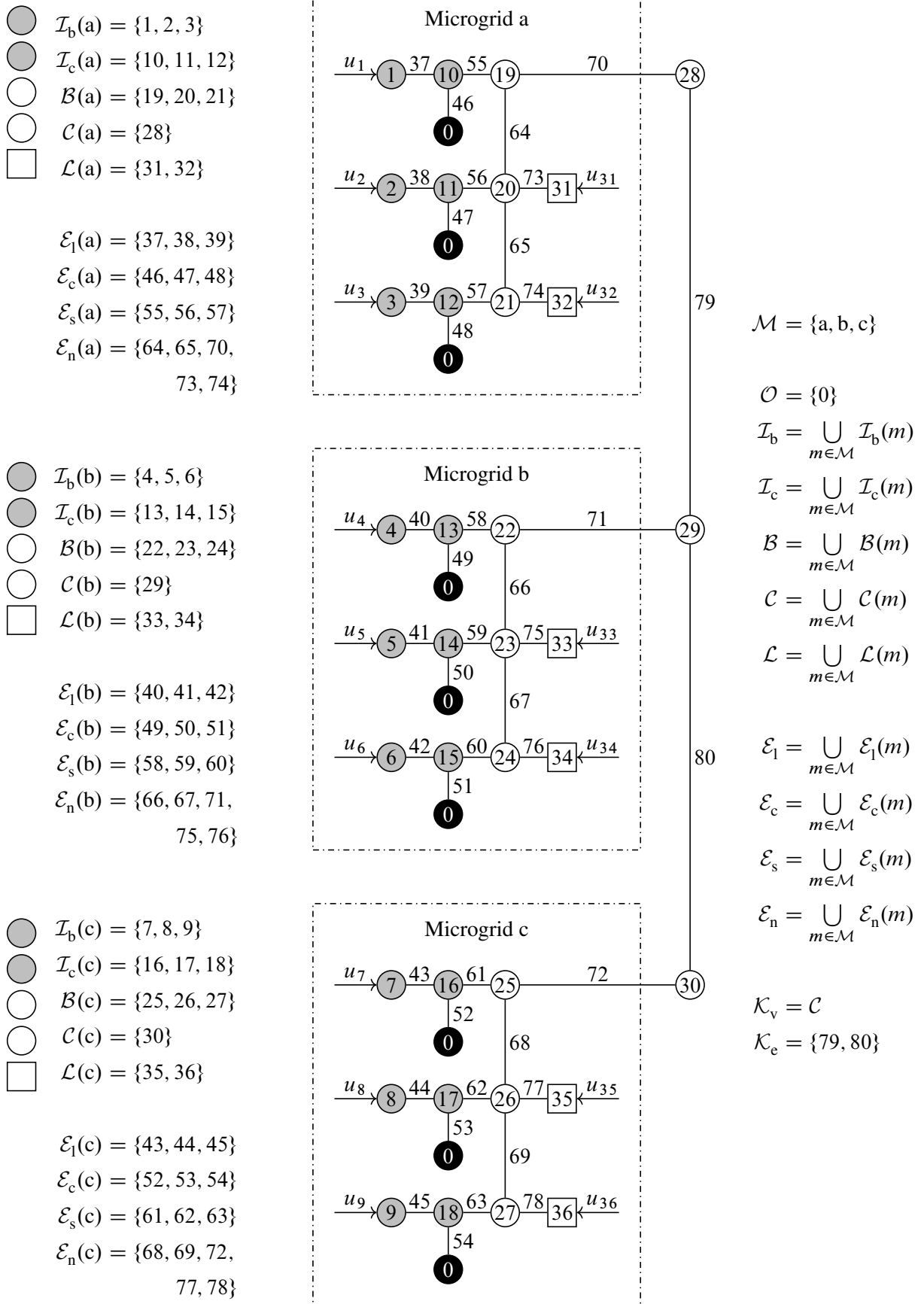


Abbildung 2.2: Graphenbasierte Beschreibung eines Microgrid-Verbundnetzes

Die bereits bei der Beschreibung eines Microgrids eingeführten Knoten- und Kantenmengen werden auch bei der Beschreibung verkoppelter Microgrids verwendet. Um jedoch auf die entsprechenden Knoten und Kanten eines Microgrids zu verweisen, werden die den Microgrids zugeordneten Buchstaben den Knoten- und Kantenmengen in runden Klammern nachgestellt. Für das Beispielsystem sind diese Mengen auf der linken Seite von Abbildung 2.2 dargestellt. Um dann bspw. die Lastspannungen in Microgrid b in Netzwerkkoordinaten zu bezeichnen, würde

$$\underline{u}_{\mathcal{L}(b)} = \text{col}(\underline{u}_{33}, \underline{u}_{34})$$

geschrieben. Als Beispiel für die Bezeichnung einer einzigen Spannung sei die Spannung an der zweiten Last in Microgrid a in Netzwerkkoordinaten angegeben

$$\underline{u}_{\mathcal{L}^2(a)} = \underline{u}_{32}.$$

Wird die Kennzeichnung des Microgrids weggelassen, ist die Vereinigungsmenge über alle Microgrids gemeint, wie in Abbildung 2.2 auf der rechten Seite dargestellt.

Bei der Behandlung von Microgrid-Verbundnetzen muss auch das Koppelnetz beschrieben werden. Dazu werden die Knotenmenge \mathcal{K}_v und die Kantenmenge \mathcal{K}_e des Koppelnetzes eingeführt. Beide Indexmengen werden auf die gleiche Weise verwendet, wie die zu den Microgrids gehörenden Mengen. Die Anschlussknoten der Microgrids \mathcal{C} sind Teilmenge der Knoten des Koppelnetzes $\mathcal{C} \in \mathcal{K}_v$. In dem gezeigten Beispielsystem gilt sogar $\mathcal{C} = \mathcal{K}_v$, was aber ein Sonderfall ist.

2.5 Modellierung elektrischer Leitungen

Besonders elegant wird das Leitungsmodell in [4, 90, 92] hergeleitet, sodass sich die folgenden Ausführungen an diesen Quellen orientieren. Die gleiche Herleitung ist in sehr kompakter Form ebenfalls in [43] zu finden. In diesem Abschnitt soll beispielhaft das Modell von über die Kantenmenge \mathcal{E}_N beschriebenen Stromleitungen hergeleitet werden, welche die Knoten aus der Menge \mathcal{I}_N miteinander verbinden.

2.5.1 Lange und kurze Leitungen

Lange Leitungen werden oft durch das sogenannte π -Ersatzschaltbild modelliert [32, 56, 68, 89], dessen einphasiges Schaltdiagramm in Abbildung 2.3 dargestellt ist. Für kurze Leitungen können jedoch die gegen Erde geschalteten Elemente außer Acht gelassen werden [32, 90], sodass sich das in Abbildung 2.4 gezeigte Schaltdiagramm ergibt. Da in dieser Arbeit von einem Energienetz mit dezentraler Erzeugung ausgegangen wird, kann angenommen werden, dass ausschließlich kurze Leitungen abzubilden sind. Daher beschränkt sich diese Arbeit auf die Herleitung des Modells von Netzwerken bestehend aus kurzen Leitungen.

Das in Abbildung 2.4 gezeigte Modell einer kurzen Leitung kann auch dazu verwendet werden, Leistungstransformatoren zu modellieren, wenn die Verluste im Transformatorkern vernachlässigt werden und das Per Unit-System verwendet wird, e. g. [28, 32, 90]. Insbesondere die Kanten

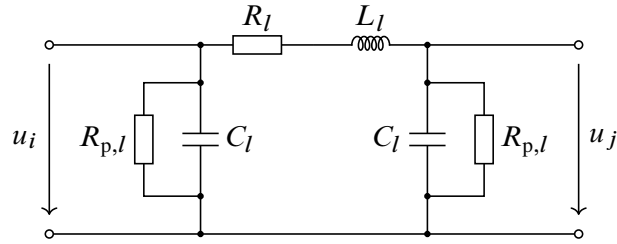


Abbildung 2.3: Einphasige Darstellung des π -Ersatzschaltbildes einer Leitung l inzident mit den Knoten i und j

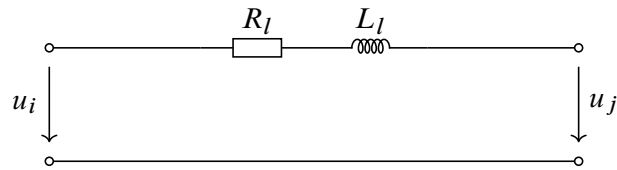


Abbildung 2.4: Einphasige Darstellung des Modells einer kurzen Leitung l inzident mit den Knoten i und j

direkt am Umrichterfilter \mathcal{E}_s könnten bei Verwendung des Per Unit-Systems daher neben Stromleitungen auch Transformatoren beschreiben. In dieser Arbeit wird sich der Einfachheit halber auf die Betrachtung von Beispielsystemen ohne Transformatoren beschränkt. Da die Modelle von Leitungen und Transformatoren im Per Unit-System aber gleich sind, lassen sich die Ergebnisse leicht auf Systeme mit Transformatoren übertragen.

Über eine kurze Leitung, wie sie in Abbildung 2.4 dargestellt ist, fällt die Spannung

$$\mathbf{u}_{\text{abc},l} = R_l \mathbf{i}_{\text{abc},l} + L_l \frac{d\mathbf{i}_{\text{abc},l}}{dt}$$

ab. Transformation in Netzwerkkoordinaten durch Multiplikation mit $\underline{\mathbf{T}}$ von links und anschließende Berücksichtigung von (A.3) führt wegen

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}_l &= R_l \underline{\mathbf{i}}_l + L_l \underline{\mathbf{T}} \frac{d\mathbf{i}_{\text{abc},l}}{dt} \stackrel{(A.3)}{=} R_l \underline{\mathbf{i}}_l + L_l \left(\frac{d\underline{\mathbf{i}}_l}{dt} - \omega_b \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_l \right) \\ &= \begin{bmatrix} R_l + L_l \frac{d}{dt} & -L_l \omega_b \\ L_l \omega_b & R_l + L_l \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_l \end{aligned}$$

auf

$$\begin{aligned} u_{ld} &= \left(R_l + L_l \frac{d}{dt} \right) i_{ld} - L_l \omega_b i_{lq} \\ u_{lq} &= L_l \omega_b i_{ld} + \left(R_l + L_l \frac{d}{dt} \right) i_{lq}. \end{aligned}$$

Mit der Abkürzung

$$Z_l = R_l + L_l \frac{d}{dt} + j L_l \omega_b \quad (2.14)$$

und der Notationsweise mittels komplexer Zahlen, vgl. Tabelle 2.1, ergibt sich schließlich

$$\underline{u}_l = \underline{u}_{l,d} + j\underline{u}_{l,q} = Z_l \underline{i}_l . \quad (2.15)$$

In Vektorschreibweise können diese Gleichungen für alle Leitungen kompakt zu

$$\underline{u}_{\mathcal{E}_N} = \langle Z_l \rangle \underline{i}_{\mathcal{E}_N} \quad (2.16)$$

notiert werden.

Zumeist wird in der Literatur bei der Herleitung des Leitungsmodells $Z_l = R_l + jL_l\omega_b$ definiert und der Ableitungsterm in (2.14) demnach zu null gesetzt. Dies ist dann angebracht, wenn die Leistungsregelung behandelt werden soll, da die auf den Leitungen ablaufenden Prozesse dann deutlich schneller abklingen als die zu regelnden Abläufe. Bei der Diskussion der deutlich schnelleren Spannungsregelung ist dies hingegen nicht zutreffend, sodass Z_l , anders als in der Literatur üblich, gemäß (2.14) definiert wird.

2.5.2 Zusammenhang zwischen Knotenspannungen und Knotenströmen

In (2.16) ist die Beziehung zwischen den über die Leitungen abfallenden Spannungen und den durch die Leitungen fließenden Strömen angegeben. Bei der Modellierung von Energienetzen wird aber die Beziehung zwischen den Knotenspannungen und Knotenströmen benötigt. Diese kann durch Anwendung der Kirchhoffschen Regeln aus (2.16) hergeleitet werden. Dazu muss die Zählrichtung der Kantenströme und -spannungen festgelegt werden. In dieser Arbeit werden die äußeren Kanten des Netzwerks als in das Netzwerk zeigend definiert, sodass eingespeiste Ströme und Leistungen positiv gezählt werden. Die Zählrichtung von innerhalb des Netzwerks befindlichen Kanten ist hingegen irrelevant. Durch die Festlegung von Kantenrichtungen wird der das Netzwerk beschreibende Graph zu einem gerichteten Graphen und mit seiner Inzidenzmatrix \mathbf{B}_N , vgl. (A.4), können die Kirchhoffschen Gesetze, Knotenpunktsatz und Maschensatz, sehr kompakt beschrieben werden [24]:

$$\mathbf{B}_N \underline{i}_{\mathcal{E}_N} = \underline{i}_{\mathcal{I}_N} \quad (2.17a)$$

$$\mathbf{B}_N^\top \underline{u}_{\mathcal{I}_N} = \underline{u}_{\mathcal{E}_N} . \quad (2.17b)$$

Wird in den Knotenpunktsatz (2.17a) die Beschreibung der Leitungen (2.16) eingesetzt, folgt

$$\underline{i}_{\mathcal{I}_N} = \mathbf{B}_N \langle Z_l \rangle^{-1} \underline{u}_{\mathcal{E}_N} .$$

Einsetzen des Maschensatzes (2.17b) ergibt dann den gesuchten Zusammenhang

$$\underline{i}_{\mathcal{I}_N} = \mathbf{B}_N \langle Z_l \rangle^{-1} \mathbf{B}_N^\top \underline{u}_{\mathcal{I}_N} = \mathbf{Y}_N \underline{u}_{\mathcal{I}_N} \quad (2.18)$$

zwischen Knotenspannungen und Knotenströmen. Dabei ist darauf zu achten, dass die Anordnung der Kanten beim Aufstellen von $\langle Z_l \rangle$ mit der Anordnung der Kanten in \mathbf{B}_N übereinstimmt.

Durch (2.18) ist die Beziehung zwischen den Knotenspannungen und den Knotenströmen im Netzwerk gegeben. Gleichung (2.18) bildet allerdings nicht ab, dass der Knotenstrom eines Knotens null ist, wenn dieser Knoten weder eine Quelle noch eine Senke im Netzwerk darstellt. Solche Knoten sind die Sammelschienenknoten \mathcal{B} und im Inselmodus auch der Anschlussknoten \mathcal{C} . Neben (2.18) müssen zur Modellierung eines Energienetzes somit noch die Zwangsbedingungen

$$\mathbf{i}_{\mathcal{B}} = \mathbf{0}$$

berücksichtigt werden, zu denen im Inselmodus

$$i_{\mathcal{C}} = 0$$

hinzu kommt, wenn der Anschlussknoten nicht als Lastknoten modelliert wird. Die Berücksichtigung dieser Zwangsbedingungen wird durch die Kron-Reduktion erreicht.

2.5.3 Kron-Reduktion

Seien die Indizes der Knoten, deren Knotenströme null sind, in der Menge $\mathcal{I}_{\bar{k}}$ zusammengefasst und sei $\mathcal{I}_k = \mathcal{I}_N \setminus \mathcal{I}_{\bar{k}}$ die Indexmenge der restlichen Knoten. Aus diesen Indexmengen wird eine Permutation π abgeleitet, deren Permutationsmatrix \mathbf{P}_{π} angewendet auf (2.18) zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathcal{I}_k} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{P}_{\pi} \mathbf{Y}_N \mathbf{P}_{\pi}^T \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k} \\ \mathbf{u}_{\mathcal{I}_{\bar{k}}} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{Y}} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k} \\ \mathbf{u}_{\mathcal{I}_{\bar{k}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Y}}_{11} & \tilde{\mathbf{Y}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{Y}}_{21} & \tilde{\mathbf{Y}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k} \\ \mathbf{u}_{\mathcal{I}_{\bar{k}}} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

führt. Aus der zweiten Zeile von (2.19) ergibt sich

$$\mathbf{u}_{\mathcal{I}_{\bar{k}}} = -\tilde{\mathbf{Y}}_{22}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}_{21} \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k}.$$

Wird dies in die erste Zeile von (2.19) eingesetzt, ergibt sich der gesuchte Zusammenhang

$$\mathbf{i}_{\mathcal{I}_k} = \left(\tilde{\mathbf{Y}}_{11} - \tilde{\mathbf{Y}}_{12} \tilde{\mathbf{Y}}_{22}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}_{21} \right) \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k} = \mathbf{Y}_k \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k}. \quad (2.20)$$

Die Kron-reduzierte Admittanzmatrix \mathbf{Y}_k entspricht somit bei dieser Anordnung der Knoten dem Schur-Komplement von $\tilde{\mathbf{Y}}_{22}$ in $\tilde{\mathbf{Y}}$

$$\mathbf{Y}_k = \tilde{\mathbf{Y}}_{11} - \tilde{\mathbf{Y}}_{12} \tilde{\mathbf{Y}}_{22}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}_{21}.$$

In [19] wurde für statisch modellierte Leitungen gezeigt, dass $\tilde{\mathbf{Y}}_{22}^{-1}$ existiert. Um aus der in (2.20) verwendeten komplexen Schreibweise in die reelle Notationsweise zu gelangen, wird der im Anhang in Abschnitt A.3 angegebene Isomorphismus zwischen komplexen und reellen Matrizen angewendet:

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\mathcal{I}_k}) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{i}_{\mathcal{I}_k}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{Y}_k) & -\operatorname{Im}(\mathbf{Y}_k) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{Y}_k) & \operatorname{Re}(\mathbf{Y}_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{u}_{\mathcal{I}_k}) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{u}_{\mathcal{I}_k}) \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Dann wird die Permutationsmatrix

$$\mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{|\mathcal{I}_k|} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \mathbf{I}_{|\mathcal{I}_k|} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

eingeführt, mit der

$$\mathbf{T}_p \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{u}_{\mathcal{I}_k}) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{u}_{\mathcal{I}_k}) \end{bmatrix} = \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k} \quad \text{und} \quad \mathbf{T}_p \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\mathcal{I}_k}) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{i}_{\mathcal{I}_k}) \end{bmatrix} = \mathbf{i}_{\mathcal{I}_k}$$

gilt, vgl. [43], und die, auf (2.21) angewendet, auf die Beschreibungsgleichungen der Leitungen in Netzwerk-Koordinaten und reeller Notationsweise führt:

$$\mathbf{i}_{\mathcal{I}_k} = \mathbf{T}_p \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{Y}_k) & -\operatorname{Im}(\mathbf{Y}_k) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{Y}_k) & \operatorname{Re}(\mathbf{Y}_k) \end{bmatrix} \mathbf{T}_p^\top \mathbf{u}_{\mathcal{I}_k}. \quad (2.23)$$

Es handelt sich bei (2.23) um differenzielle Gleichungen, da der Differenzialoperator in (2.14) beibehalten wurde und somit auch in (2.23) vorhanden ist.

2.5.4 Effizientes Aufstellen der Modellgleichungen

Für die statische Modellierung der Leitungen wird der Differenzialoperator in (2.14) zu null gesetzt und die Gleichungen in den voranstehenden Abschnitten können ohne Probleme zur Modellierung der Leitungen verwendet werden. Wird der Differenzialoperator allerdings nicht zu null gesetzt, wird das Aufstellen des Modells auf diese Weise rechenaufwändig. Es empfiehlt sich daher, stattdessen auf vorhandene, effiziente Algorithmen zur Modellierung elektrischer Schaltungen zurückzugreifen. Eine solche Funktionalität bietet in Matlab bspw. die Toolbox *Simscape Electrical* über die Funktion *power_statespace*. Wie das Leitungsmodell dann aufgestellt werden kann, wurde in [42] beschrieben und wird der Vollständigkeit halber hier wiederholt.

Durch Anwendung von bspw. *power_statespace* wird die Zustandsraumdarstellung einer Phase

$$\dot{\mathbf{x}}_{N,a} = \mathbf{A}_{N,a} \mathbf{x}_{N,a} + \mathbf{B}_{N,a} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathcal{I}_c,a} \\ \mathbf{u}_{\mathcal{L},a} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{N,a} \mathbf{x}_{N,a} + \mathbf{B}_{N,a} \mathbf{u}_{N,a} \quad (2.24a)$$

$$\mathbf{y}_{N,a} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathcal{E},a} \\ \mathbf{i}_{\mathcal{L},a} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{N,a} \mathbf{x}_{N,a} \quad (2.24b)$$

erhalten, wobei die Spannungen an den Ausgängen der LC-Filter $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c,a}$ und an den Lastknoten $\mathbf{u}_{\mathcal{L},a}$ als Eingangsgrößen und die entsprechenden Ströme $\mathbf{i}_{\mathcal{E},a}$ und $\mathbf{i}_{\mathcal{L},a}$ als Ausgangsgrößen modelliert werden. Die Dimension von $\mathbf{x}_{N,a}$ wird im Folgenden mit n bezeichnet.

Mit $\mathbf{u}_{N,abc} = \operatorname{col}(\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c,abc}, \mathbf{u}_{\mathcal{L},abc})$ und $\mathbf{y}_{N,abc} = \operatorname{col}(\mathbf{i}_{\mathcal{E},abc}, \mathbf{i}_{\mathcal{L},abc})$ wird das Modell einer Phase (2.24) erweitert, um alle drei Phasen zu repräsentieren:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{N,abc} &= [\mathbf{A}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] \mathbf{x}_{N,abc} + [\mathbf{B}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] \mathbf{u}_{N,abc} \\ \mathbf{y}_{N,abc} &= [\mathbf{C}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] \mathbf{x}_{N,abc}. \end{aligned}$$

Um das Modell in Netzwerkkordinaten zu transformieren, wird (2.9) angewendet

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_{N,abc} &= [\mathbf{A}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] [\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}^\top] \mathbf{x}_N + [\mathbf{B}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] [\mathbf{I}_{|\mathcal{I}_c|+|\mathcal{L}|} \otimes \underline{\mathbf{T}}^\top] \mathbf{u}_N \\ \mathbf{y}_{N,abc} &= [\mathbf{C}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] [\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}^\top] \mathbf{x}_N\end{aligned}$$

und die resultierenden Gleichungen dann von links mit $\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}$ bzw. mit $\mathbf{I}_{|\mathcal{I}_c|+|\mathcal{L}|} \otimes \underline{\mathbf{T}}$ multipliziert:

$$\begin{aligned}[\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}] \dot{\mathbf{x}}_{N,abc} &= [\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}] [\mathbf{A}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] [\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}^\top] \mathbf{x}_N \\ &\quad + [\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}] [\mathbf{B}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] [\mathbf{I}_{|\mathcal{I}_c|+|\mathcal{L}|} \otimes \underline{\mathbf{T}}^\top] \mathbf{u}_N \\ \mathbf{y}_N &= [\mathbf{I}_{|\mathcal{I}_c|+|\mathcal{L}|} \otimes \underline{\mathbf{T}}] [\mathbf{C}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_3] [\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}^\top] \mathbf{x}_N.\end{aligned}$$

Durch Anwendung der Rechenregeln des Kronecker-Produkts, vgl. (A.1), folgt

$$\begin{aligned}[\mathbf{I}_n \otimes \underline{\mathbf{T}}] \dot{\mathbf{x}}_{N,abc} &= [\mathbf{A}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_2] \mathbf{x}_N + [\mathbf{B}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_2] \mathbf{u}_N \\ \mathbf{y}_N &= [\mathbf{C}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_2] \mathbf{x}_N\end{aligned}$$

und mit (A.3) ergibt sich schließlich das gewöhnliche Zustandsraumsystem der Stromleitungen in Netzwerkkordinaten

$$\dot{\mathbf{x}}_N = \left[\mathbf{A}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_n \otimes \begin{bmatrix} 0 & \omega_b \\ -\omega_b & 0 \end{bmatrix} \right] \mathbf{x}_N + [\mathbf{B}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_2] \mathbf{u}_N \quad (2.25a)$$

$$\mathbf{y}_N = [\mathbf{C}_{N,a} \otimes \mathbf{I}_2] \mathbf{x}_N. \quad (2.25b)$$

Das dynamische Leitungsmodell in Netzwerkkordinaten kann mit (2.25) sofort aufgestellt werden, wenn das Modell einer Phase (2.24) bekannt ist.

Die Übertragungsfunktionsmatrix des Zustandsraumsystems (2.25) wird mit

$$\mathbf{G}_N = \left(\mathbf{y}_N \leftarrow \mathbf{u}_N \right) = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s} \\ \mathbf{i}_{\mathcal{L}} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathcal{I}_c} \\ \mathbf{u}_{\mathcal{L}} \end{bmatrix} \right) \quad (2.26)$$

bezeichnet.

2.5.5 Lastflussgleichungen

Gleichung (2.23) bzw. äquivalent (2.25) wird für die Modellierung der Leitungen herangezogen, wenn die schnelle Spannungsregelung behandelt wird. Für die Beschreibung der Leitungen bei Diskussion der langsameren Leistungsregelung werden die Ableitungsoperatoren in den Modellen zu null gesetzt, da die Vorgänge auf den Leitungen viel schneller ablaufen, als die Vorgänge, die von der Leistungsregelung beeinflusst werden sollen. Auf diese Weise könnte das Modell der Leitungen zur Betrachtung der Leistungsregelung aus (2.23) oder (2.25) gewonnen werden. Üblicherweise wird zur Herleitung aber vom Zusammenhang zwischen den Knotenströmen und den Knotenspannungen der Umrichter und Lasten in Netzwerkkordinaten und komplexer Notationsweise (2.20) ausgegangen, weshalb (2.20) auch hier als Ausgangspunkt der Herleitung dient.

Die Leistungsregelung liefert die Winkelgeschwindigkeit des Umrichterkoordinatensystems und die von der Spannungsregelung zu realisierende Spannung in Umrichterkoordinaten, wobei die q-Komponente immer null ist. Daher bietet es sich an, das Modell der Leitungen ebenfalls in Umrichterkoordinaten darzustellen. Da neben den Umrichterspannungen aber auch die Lastspannungen im Modell der Leitungen (2.20) auftauchen, werden analog zu den Umrichterkoordinatensystemen auch Lastkoordinatensysteme definiert. In diesen sind die q-Komponenten der Lastspannungen immer null und sie sind jeweils um den Winkel $\delta_i, i \in \mathcal{L}$, gegenüber dem Netzwerkkoordinatensystem verdreht. Die Notationsweise der Umrichterkoordinatensysteme wird auf sie übertragen.

Gleichung (2.20) kann so durch Anwendung von (2.13) in Umrichter- und Lastkoordinatensysteme transformiert werden

$$\underline{\dot{i}}_{\mathcal{I}_k} = \left(e^{-j\delta_i} Y_{k,ij} e^{j\delta_j} \right) \underline{\dot{u}}_{\mathcal{I}_k} = \left(Y_{k,ij} e^{-j\delta_{ij}} \right) \underline{v}_{\mathcal{I}_k}, \quad (2.27)$$

wobei die abkürzende Schreibweise $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ verwendet wurde und $(Y_{k,ij} e^{-j\delta_{ij}})$ die $|\mathcal{I}_k|$ -dimensionale quadratische Matrix bestehend aus den Einträgen $Y_{k,ij} e^{-j\delta_{ij}}$ darstellt. Außerdem wurde die Schreibweise $\underline{v}_{\mathcal{I}_k} = |\underline{\dot{u}}_{\mathcal{I}_k}|$ eingeführt, wobei der Betrag elementweise anzuwenden ist. In Umrichter- und Lastkoordinaten gilt wegen der Spannungsregelung und der Definition der Lastkoordinaten stationär $\underline{\dot{u}}_{\mathcal{I}_k} = |\underline{\dot{u}}_{\mathcal{I}_k}|$. Für die Knotenleistungen, die von den Koordinatensystemen unabhängig sind, ergibt sich dann wegen $s_i = \underline{u}_i \cdot \underline{\dot{i}}_i^*$ aus (2.27) die Gleichung

$$\underline{s}_{\mathcal{I}_k} = \underline{v}_{\mathcal{I}_k} \circ \left(\left(Y_{k,ij} e^{-j\delta_{ij}} \right) \underline{v}_{\mathcal{I}_k} \right)^*.$$

Mit $Y_{k,ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ gilt für $i \in \mathcal{I}_k$ somit

$$\begin{aligned} s_i &= v_i \left(\sum_{j \in \mathcal{I}_k} \left((G_{ij} + jB_{ij}) e^{-j\delta_{ij}} \right) v_j \right)^* \\ &= v_i \sum_{j \in \mathcal{I}_k} (G_{ij} - jB_{ij}) (\cos(\delta_{ij}) + j \sin(\delta_{ij})) v_j. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Real- und Imaginärteil von (2.28) ergeben schließlich die Lastflussgleichungen:

$$p_i = v_i \sum_{j=1}^{|\mathcal{I}_k|} v_j (G_{ij} \cos(\delta_{ij}) + B_{ij} \sin(\delta_{ij})) \quad (2.29a)$$

$$q_i = v_i \sum_{j=1}^{|\mathcal{I}_k|} v_j (G_{ij} \sin(\delta_{ij}) - B_{ij} \cos(\delta_{ij})). \quad (2.29b)$$

Sie beschreiben, wie die an einem Knoten in das Netzwerk eingespeisten Wirk- und Blindleistungen von den Spannungsbeträgen an den Knoten und den Spannungswinkeln zwischen den Knotenspannungen abhängen. Dabei kommen in den Lastflussgleichungen (2.29) nur Relativwinkel vor, weshalb bei Betrachtung eines Microgrids immer ein Referenzwinkel $\delta_{\mathcal{I}_c^1}$ definiert und nur mit auf diesen Winkel bezogenen Winkeln

$$\varphi_i = \delta_i - \delta_{\mathcal{I}_c^1}, \quad i \in \mathcal{I}_k \quad (2.30)$$

gerechnet wird. Andernfalls hätte das entstehende dynamische System wegen der *rotatorischen Invarianz* einen fixen Pol in null. Weil außerdem

$$\varphi_{ij} = \varphi_i - \varphi_j = (\delta_i - \delta_{\mathcal{I}_c^1}) - (\delta_j - \delta_{\mathcal{I}_c^1}) = \delta_i - \delta_j = \delta_{ij}$$

gilt, kann δ_{ij} in den Lastflussgleichungen (2.29) direkt mit φ_{ij} ersetzt werden:

$$p_i = v_i \sum_{j=1}^{|\mathcal{I}_k|} v_j (G_{ij} \cos(\varphi_{ij}) + B_{ij} \sin(\varphi_{ij})) \quad (2.31a)$$

$$q_i = v_i \sum_{j=1}^{|\mathcal{I}_k|} v_j (G_{ij} \sin(\varphi_{ij}) - B_{ij} \cos(\varphi_{ij})). \quad (2.31b)$$

3 Phasenregelschleife

Während des in Abschnitt 1.5.1 beschriebenen Synchronisationsprozesses dreht sich das Umrichterkoordinatensystem mit der Winkelgeschwindigkeit, die von der Phasenregelschleife aus den gemessenen Netzspannungen bestimmt wird. Die für die Synchronisation dann noch einzuregelnde Spannung ergibt sich aus der ebenfalls von der Phasenregelschleife bestimmten Spannungsamplitude des Netzes. Die Phasenregelschleife ist daher eine wesentliche Komponente des während der Synchronisierungsprozesse verwendeten Algorithmus, weshalb sie in diesem Abschnitt ausgiebig diskutiert wird. Aus den vielen existierenden Ansätzen für Phasenregelschleifen beschränkt sich diese Arbeit auf die *synchronous reference frame phase-locked loop* (SRF-PLL) [52], da diese konzeptionell am besten zum restlichen Regelungskonzept passt. Außerdem zeigen die folgenden Untersuchungen, dass die SRF-PLL leicht zu parametrieren ist und bei richtiger Wahl der Parameter sehr gut dazu geeignet ist, die Phasenlage, die Frequenz und den Betrag symmetrischer, dreiphasiger Wechselstrom-Signale zu bestimmen.

Bei der SRF-PLL wird die dreiphasige Spannung $\mathbf{u}_{abc,i}$ an Knoten i gemessen und mithilfe der Park-Transformation (2.6) so transformiert, dass die q-Komponente null wird $u_{q,i} = 0$. Der Transformationswinkel $\theta_i = \delta_i + \underline{\theta}_i$ wird dabei durch die in Abbildung 3.1 gezeigte Rückkopplung bestimmt. In dieser wurde die Park-Transformation bereits in eine Transformation in ein mit 50 Hz rotierendes Koordinatensystem (Netzwerkkoordinaten) und eine anschließende Drehung aufgeteilt, vgl. (2.12), um die Analyse der Eigenschaften der Regelschleife und die Diskussion des Entwurfs der Reglerparameter im Folgenden vorzubereiten. Der Index i der Größen in Netzwerkkoordinaten kennzeichnet, dass die Umrichter aufgrund der Startwerte der Integratoren, die aus ω_b den Transformationswinkel $\underline{\theta}_i$ erzeugen, unterschiedliche Transformationswinkel $\underline{\theta}_i$ haben. In Abbildung 3.1 ist G_r die Reglerübertragungsfunktion der SRF-PLL.

Prinzipiell können Phase und Betrag auch ohne Phasenregelschleife durch

$$\angle \underline{\mathbf{u}}_i = \arctan2(\underline{u}_{d,i}, \underline{u}_{q,i}) \quad (3.1a)$$

$$\|\underline{\mathbf{u}}_i\|_2 = \sqrt{\underline{u}_{d,i}^2 + \underline{u}_{q,i}^2} \quad (3.1b)$$

bestimmt werden. Für eine Erklärung der Funktion $\arctan2$ wird auf Abschnitt A.5 verwiesen. Werden Phase und Betrag mittels (3.1) ermittelt, müsste die Winkelgeschwindigkeit ω_i jedoch durch Ableiten von $\angle \underline{\mathbf{u}}_i$ berechnet werden, wodurch Rauschen verstärkt würde. Bei Verwendung der Phasenregelschleife muss hingegen nicht differenziert werden.

Im Folgenden wird anhand einer Umformung des in Abbildung 3.1 gezeigten Blockschaltbildes der Phasenregelschleife die zu wählende Struktur von G_r diskutiert. Für den Fall, dass ein PI-Regler verwendet wird, werden die Eigenschaften der Phasenregelschleife in Abschnitt 3.2 diskutiert. In Abschnitt 3.3 werden diese Überlegungen auf den Fall übertragen, dass ein P-Regler zum

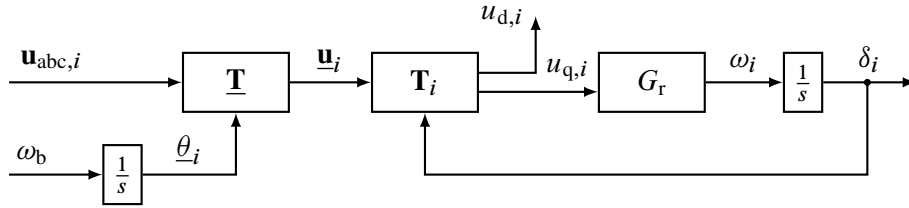


Abbildung 3.1: Blockschaltbild der Phasenregelschleife

Einsatz kommt. Für beide Fälle werden schließlich Simulationen gezeigt, um die theoretischen Ergebnisse zu veranschaulichen.

3.1 Überlegungen zur Wahl der Reglerstruktur

Das Blockschaltbild in Abbildung 3.1 zeigt die tatsächlich vorkommenden Signale und ist daher für eine Implementierung der Phasenregelschleife gut geeignet. Um die Eigenschaften der Phasenregelschleife zu analysieren, ist eine andere Darstellung aber vorteilhafter. Wird für $\mathbf{u}_{abc,i}$ ein symmetrisches Signal (2.5) mit Amplitude $\hat{u}_{abc,i}$ und Phasenwinkel $\phi_i(t)$ angenommen, führt die Transformation in Netzwerkkordinaten nach (2.7) zu

$$\underline{\mathbf{u}}_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{u}_{abc,i} \begin{bmatrix} \cos(\underline{\theta}_i - \phi_i) \\ -\sin(\underline{\theta}_i - \phi_i) \end{bmatrix} = \hat{u}_i \begin{bmatrix} \cos(-\tilde{\delta}_i) \\ -\sin(-\tilde{\delta}_i) \end{bmatrix} = \hat{u}_i \begin{bmatrix} \cos(\tilde{\delta}_i) \\ \sin(\tilde{\delta}_i) \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

wobei $\hat{u}_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{u}_{abc,i}$ und $\tilde{\delta}_i = \phi_i - \underline{\theta}_i$ eingeführt wurde. In komplexer Notation

$$u_i = \hat{u}_i \left(\cos(\tilde{\delta}_i) + j \sin(\tilde{\delta}_i) \right) = \hat{u}_i e^{j\tilde{\delta}_i}$$

ist ersichtlich, dass \hat{u}_i dem Betrag und $\tilde{\delta}_i$ dem Phasenwinkel von $\underline{\mathbf{u}}_i$ entspricht. Mit (3.2) und (2.12) gilt im Blockschaltbild in Abbildung 3.1

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}_i &= \mathbf{T}_i \underline{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\tilde{\delta}_i) & \sin(-\tilde{\delta}_i) \\ -\sin(-\tilde{\delta}_i) & \cos(-\tilde{\delta}_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_i \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\delta_i - \tilde{\delta}_i) & \sin(\delta_i - \tilde{\delta}_i) \\ -\sin(\delta_i - \tilde{\delta}_i) & \cos(\delta_i - \tilde{\delta}_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_i \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

und damit

$$\begin{aligned} u_{d,i} &= \hat{u}_i \cos(\delta_i - \tilde{\delta}_i) = \hat{u}_i \cos(\tilde{\delta}_i - \delta_i) \\ u_{q,i} &= -\hat{u}_i \sin(\delta_i - \tilde{\delta}_i) = \hat{u}_i \sin(\tilde{\delta}_i - \delta_i). \end{aligned}$$

Somit kann das Blockschaltbild der Phasenregelschleife in Abbildung 3.1 zu dem in Abbildung 3.2 dargestellten Blockschaltbild umgeformt werden, wobei der Regelfehler $e_i = \tilde{\delta}_i - \delta_i$ eingeführt wurde.

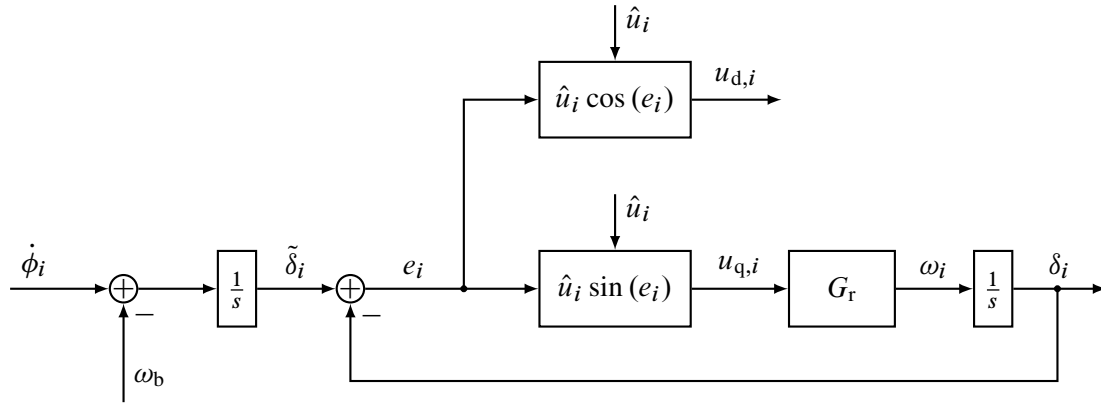


Abbildung 3.2: Umgeformtes Blockschaltbild der Phasenregelschleife

Wird der Regelfehler e_i null, ist $u_{d,i} = \hat{u}_i$, $\delta_i = \tilde{\delta}_i$, $\omega_i = \dot{\phi}_i - \omega_b$ und die Phasenregelschleife liefert die korrekten Werte für den Betrag, die Phase und die Winkelgeschwindigkeit der Spannung. Ist $\dot{\phi}_i$ konstant aber ungleich ω_b , ändert sich der Phasenwinkel $\tilde{\delta}_i$ rampenförmig. Damit der Regelfehler e_i auch dann stationär genau auf null geregelt wird, muss dem Inneren-Modell-Prinzip [26] zufolge das Modell einer Rampe Teil des offenen Regelkreises sein, was bspw. durch die Wahl eines PI-Reglers für G_r erreicht wird. Ist die Phasenregelschleife im eingeschwungenen Zustand mit $e_i = 0$, zieht eine Änderung von \hat{u}_i keine Ausgleichsvorgänge nach sich.

Die Verwendung eines P-Reglers für G_r würde bedeuten, dass e_i nur für $\dot{\phi}_i = \omega_b$ stationär genau eingeregelt würde. Dann müssten Betrag und Phase im Allgemeinen über (3.1) berechnet werden. Stellt sich ein stationärer Wert für e_i ein, würde die Winkelgeschwindigkeit auch bei Verwendung eines P-Reglers richtig rekonstruiert und $\omega_i = \dot{\phi}_i - \omega_b$ gelten. Aus dem Blockschaltbild in Abbildung 3.2 ist bei Verwendung eines P-Reglers $G_r = k_p$ die Gleichung $\hat{u}_i \sin(e_i) k_p = \omega_i$ ablesbar, aus der für ω_i ein maximal möglicher Bereich $\omega_i \in [-|\hat{u}_i \cdot k_p|, |\hat{u}_i \cdot k_p|]$ in Abhängigkeit des Spannungsbetrags \hat{u}_i folgt. Mit den vorigen Überlegungen lässt sich so eine Obergrenze für die zulässige Abweichung von der Nominalfrequenz bei Verwendung eines P-Reglers aufstellen:

$$|\dot{\phi}_i - \omega_b| \leq |\hat{u}_i \cdot k_p|.$$

Wird diese Gleichung nicht eingehalten, kann die Phasenregelschleife bei Verwendung eines P-Reglers keine brauchbaren Ergebnisse liefern.

Diese Diskussion zeigt, dass es sinnvoll ist, für G_r einen PI-Regler anzusetzen, auch wenn bereits ein Integrator in der Strecke vorhanden ist. Daher wird im Folgenden das dynamische Verhalten der Phasenregelschleife bei Verwendung eines PI-Reglers ausführlich analysiert und aufgezeigt, wie die Reglerparameter gewählt werden können. In der Literatur ist der PI-Regler auch die übliche Wahl [29], da dieser mit von der Nominalfrequenz abweichenden Frequenzen gut umzugehen vermag [13], wie auch die voranstehende Diskussion gezeigt hat.

Da die Frequenz im Energienetz nicht weit von den 50 Hz abweichen darf, kann im Prinzip auch eine Phasenregelschleife mit P-Regler verwendet werden, um die Frequenz zu bestimmen. Phase und Betrag können dann über (3.1) berechnet werden. Daher werden die Überlegungen auch auf

den Fall übertragen, dass ein P-Regler zum Einsatz kommt. Dies erlaubt am Ende des Kapitels schließlich den simulativen Vergleich beider Optionen.

3.2 Verwendung eines PI-Reglers

3.2.1 Stabilitätsanalyse

Angenommen, die Phasenregelschleife soll innerhalb von ca. 10 ms die auftauchenden Regelabweichungen ausregeln. Liegt die Frequenz der Spannung $\mathbf{u}_{abc,i}$ dann im für Energienetzanwendungen großzügig gewählten Intervall zwischen 49 und 51 Hz, kann sich der Winkel $\tilde{\delta}_i$ in den 10 ms, die der Regelkreis aktiv ist, wegen

$$1 \text{ Hz} = \frac{360^\circ}{1 \text{ s}} = \frac{3,6^\circ}{10 \text{ ms}}$$

um maximal $3,6^\circ$ verändern. Da es sich dabei trotz einer Worst-Case-Betrachtung um eine nur relativ kleine Änderung handelt, kann bei Untersuchung des Stabilitätsverhaltens der Phasenregelschleife angenommen werden, dass der Phasenwinkel $\tilde{\delta}_i$ konstant ist. Im Folgenden wird unter dieser Annahme eine Arbeitspunktanalyse durchgeführt.

Die Beziehung zwischen Eingang $u_{q,i}$ und Ausgang ω_i des PI-Reglers

$$G_{\text{pi}} = \frac{k_i + sk_p}{s} = \frac{1}{s}k_i + k_p$$

lautet im Zeitbereich

$$\omega_i = k_i \int_0^t u_{q,i} d\tau + k_p u_{q,i} = x_{\text{pi},i} + k_p u_{q,i} ,$$

wobei $x_{\text{pi},i}$ den Zustand des PI-Reglers beschreibt. Daraus folgen die Differenzialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\text{pi},i} &= k_i u_{q,i} \\ \dot{\delta}_i &= x_{\text{pi},i} + k_p u_{q,i} , \end{aligned}$$

sodass das nichtlineare System in Abbildung 3.2 bei Verwendung eines PI-Reglers und unter der Annahme eines konstanten Winkels $\tilde{\delta}_i$ die Zustandsraumdarstellung

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{\text{pi},i} \\ \delta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\text{pi},i} \\ \delta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_i \\ k_p \end{bmatrix} \hat{u}_i \sin(e_i) \quad (3.3)$$

aufweist.

Für $k_i \neq 0$ folgt aus der ersten Zeile von (3.3) in jedem Arbeitspunkt $\sin(e_i^\circ) = 0$ und damit $e_i^\circ = n\pi$ mit $n \in \mathbb{Z}$. Damit kann δ_i in einem Arbeitspunkt der gesuchte Winkel $\tilde{\delta}_i$ sein

$$\delta_i^\circ = \tilde{\delta}_i = \angle \underline{\mathbf{u}}_i + 2n\pi \quad \forall n \in \mathbb{Z} ,$$

oder aber dem um 180° verschobenen Phasenwinkel entsprechen

$$\delta_i^o = \tilde{\delta}_i + \pi = \angle \underline{u}_i + 2n\pi + \pi \quad \forall n \in \mathbb{Z}.$$

Für $u_{d,i}$ ergibt sich in den Arbeitspunkten daher

$$u_{d,i}^o = \hat{u}_i \cos(e_i^o) = \begin{cases} \hat{u}_i & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi & \text{mit } n \in \mathbb{Z}, \\ -\hat{u}_i & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi + \pi & \text{mit } n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Tatsächlich repräsentieren beide Lösungen dasselbe dreiphasige Wechselstromsignal, denn

$$\hat{u}_i e^{j\tilde{\delta}_i} = -\hat{u}_i e^{j(\tilde{\delta}_i + \pi)}.$$

Trotzdem ist die Lösung mit negativem $u_{d,i}^o$ unerwünscht. Für den Zustand des PI-Reglers ergibt sich bei konstantem $\tilde{\delta}_i$ aus der zweiten Zeile in (3.3) für $k_p \neq 0$ in jedem Arbeitspunkt

$$x_{pi}^o = 0.$$

Damit sich für δ_i^o der Phasenwinkel der Netzspannung $\angle \underline{u}_i$ einstellt, müssen die Arbeitspunkte mit $\delta_i^o = \angle \underline{u}_i + 2n\pi$ stabil und die anderen instabil sein. Um eine Stabilitätsbetrachtung durchzuführen und im Anschluss die Reglerparameter zu wählen, wird die Linearisierung der Regelschleife um die Arbeitspunkte betrachtet. Wird $u_{q,i} = \hat{u}_i \sin(e_i)$ linearisiert, ergibt sich

$$\Delta u_{q,i} = \hat{u}_i \cos(e_i^o) \Delta e_i = \begin{cases} \hat{u}_i \Delta e_i & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi & \text{mit } n \in \mathbb{Z}, \\ -\hat{u}_i \Delta e_i & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi + \pi & \text{mit } n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Aus dem Blockschaltbild in Abbildung 3.2 entsteht durch die Linearisierung das in Abbildung 3.3 gezeigte Blockschaltbild, wobei das in Klammern gesetzte Minus für die Linearisierung an den unerwünschten Arbeitspunkten gilt. Die Übertragungsfunktionen des offenen Regelkreises der linearisierten Phasenregelschleife lauten somit

$$G_o = \begin{cases} \hat{u}_i \frac{k_i + sk_p}{s^2} & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi, \\ -\hat{u}_i \frac{k_i + sk_p}{s^2} & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi + \pi. \end{cases}$$

Aus diesen lassen sich die Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises

$$G_c = \frac{G_o}{1 + G_o} = \begin{cases} \frac{\hat{u}_i (k_i + sk_p)}{s^2 + \hat{u}_i (k_i + sk_p)} & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi, \\ \frac{-\hat{u}_i (k_i + sk_p)}{s^2 - \hat{u}_i (k_i + sk_p)} & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi + \pi \end{cases}$$

und deren charakteristische Polynome

$$N(s) = \begin{cases} s^2 + s\hat{u}_i k_p + \hat{u}_i k_i & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi, \\ s^2 - s\hat{u}_i k_p - \hat{u}_i k_i & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi + \pi \end{cases} \quad (3.4)$$

bestimmen. Dem Hurwitz-Kriterium [25] zufolge führt die Wahl von Reglerkoeffizienten $k_p > 0$ und $k_i > 0$ dazu, dass die Arbeitspunkte mit $\delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi$ stabil sind, da dann die Koeffizienten des zugehörigen charakteristischen Polynoms zweiter Ordnung alle vorhanden und größer null sind. Die Arbeitspunkte mit $\delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi + \pi$ sind dann instabil. Bei positiven Reglerparametern stellt sich stationär demzufolge der gewünschte Zustand ein.

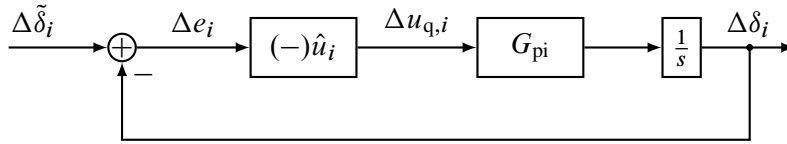


Abbildung 3.3: Blockschaltbild der linearisierten Phasenregelschleife. Das in Klammern gesetzte Minus gilt für die Linearisierung an den unerwünschten Arbeitspunkten.

3.2.2 Entwurf der Reglerparameter

Gemäß der Diskussion im vorigen Abschnitt ist es sinnvoll, sich auf $k_p > 0$ und $k_i > 0$ zu beschränken. Die konkreten Zahlenwerte der Reglerparameter können so gewählt werden, dass der im stabilen Arbeitspunkt linearisierte geschlossene Regelkreis möglichst schnell und nicht schwingungsfähig ist. Dazu müssen die Nullstellen

$$s_{1,2} = -\frac{\hat{u}_i k_p}{2} \pm \sqrt{\frac{\hat{u}_i^2 k_p^2}{4} - \hat{u}_i k_i}$$

des charakteristischen Polynoms (3.4) für $\delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi$ im aperiodischen Grenzfall zu liegen kommen. Dieser wird erreicht, wenn

$$\frac{\hat{u}_i^2 k_p^2}{4} = \hat{u}_i k_i \quad \Rightarrow \quad k_i = \frac{\hat{u}_i k_p^2}{4} \quad (3.5)$$

und für die beiden Pole somit

$$s_{1,2} = -\frac{\hat{u}_i k_p}{2}$$

gilt. Um die Reglerparameter auszulegen, wird die Sprungantwort des Systems im Laplace-Bereich bei Polen im aperiodischen Grenzfall betrachtet und einer Partialbruchzerlegung unterzogen

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1}{s} G_c(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\hat{u}_i (k_i + s k_p)}{s^2 + \hat{u}_i (k_i + s k_p)} \stackrel{(3.5)}{=} \frac{\hat{u}_i \left(\frac{\hat{u}_i k_p^2}{4} + s k_p \right)}{s \left(s + \frac{\hat{u}_i k_p}{2} \right)^2} \\ &= \frac{1}{s} + \frac{-1}{s + \frac{\hat{u}_i k_p}{2}} + \frac{\frac{\hat{u}_i k_p}{2}}{\left(s + \frac{\hat{u}_i k_p}{2} \right)^2}. \end{aligned}$$

Durch Rücktransformation in den Zeitbereich ergibt sich für $t > 0$

$$y(t) = 1 + \left(-1 + \frac{\hat{u}_i k_p}{2} t \right) e^{-\frac{\hat{u}_i k_p}{2} t}.$$

Wird an der Ausregelzeit von ca. 10 ms festgehalten, kann nun verlangt werden, dass 95% des anliegenden Referenzwertes nach 10 ms auch am Ausgang anliegt. Dies führt auf

$$\begin{aligned} 0,95 &= 1 + \left(-1 + \frac{\hat{u}_i k_p}{2} \cdot 0,01 \right) e^{-\frac{\hat{u}_i k_p}{2} \cdot 0,01}, \\ 0,05 &= \left(1 - \frac{\hat{u}_i k_p}{2} \cdot 0,01 \right) e^{-\frac{\hat{u}_i k_p}{2} \cdot 0,01} = (1 - X) e^{-X}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

wobei

$$X = \frac{\hat{u}_i k_p}{2} \cdot 0,01$$

substituiert wurde. Gleichung (3.6) wird für $X \approx 0,88$ erfüllt, weshalb

$$0,88 = \frac{\hat{u}_i k_p}{2} \cdot 0,01 \quad \Rightarrow \quad k_p \approx \frac{2 \cdot 88}{\hat{u}_i}$$

und mit (3.5) auch

$$k_i \approx \frac{88^2}{\hat{u}_i}$$

folgt. Um \hat{u}_i zu bestimmen, kann ohne weiteres die nominelle Spannungsamplitude des Netzes herangezogen werden, da die Phasenregelschleife nur verwendet wird, wenn bereits ein Netz besteht und die Netzspannung sich dann nur geringfügig von ihrem nominellen Wert entfernen darf.

3.2.3 Phasenporträts

Unter der Annahme konstanter \underline{u}_i können Phasenporträts gezeichnet werden, welche die im vorigen Abschnitt diskutierten Stabilitätseigenschaften der SRF-PLL veranschaulichen. Zwei solcher Phasenporträts sind in Abbildung 3.4 dargestellt. Die kleinen ausgefüllten Kreise kennzeichnen stabile und die leeren Kreise instabile Arbeitspunkte. Die rot gestrichelten Kurven entsprechen Trajektorien des Systems. Wie vorher diskutiert, befinden sich die Arbeitspunkte bei $x_{pi} = 0$ und $\delta_i = \angle \underline{u}_i + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$, wobei die Arbeitspunkte mit $\delta_i = \angle \underline{u}_i + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ stabil und die restlichen Arbeitspunkte instabil sind. Die Abbildung zeigt, dass alle Trajektorien in die stabilen Arbeitspunkte laufen und zumindest für die gewählten Reglerparameter keine Grenzzyklen existieren. Ändert sich der als konstant angenommene Eingang \underline{u}_i , so verschieben sich die Arbeitspunkte, aber die Stabilität der Arbeitspunkte und das qualitative, dynamische Verhalten des Systems bleiben erhalten. Ein Vergleich der beiden Phasenporträts in den Abbildungen 3.4a und 3.4b zeigt, wie sich die Arbeitspunkte in Abhängigkeit des Eingangs \underline{u}_i verschieben.

3.3 Verwendung eines P-Reglers

Mit einem P-Regler vereinfacht sich das Zustandsraumssystem zu

$$\frac{d\delta_i}{dt} = k_p \hat{u}_i \sin(e_i) ,$$

sodass auch dann für $k_p \neq 0$ im Arbeitspunkt $\delta_i^o = \angle \underline{u}_i + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ gilt. Nach Linearisierung ergeben sich die Übertragungsfunktionen des offenen Regelkreises

$$G_o = \begin{cases} \hat{u}_i \frac{k_p}{s} & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + 2n\pi , \\ -\hat{u}_i \frac{k_p}{s} & \text{für } \delta_i^o = \tilde{\delta}_i + \pi + 2n\pi , \end{cases}$$

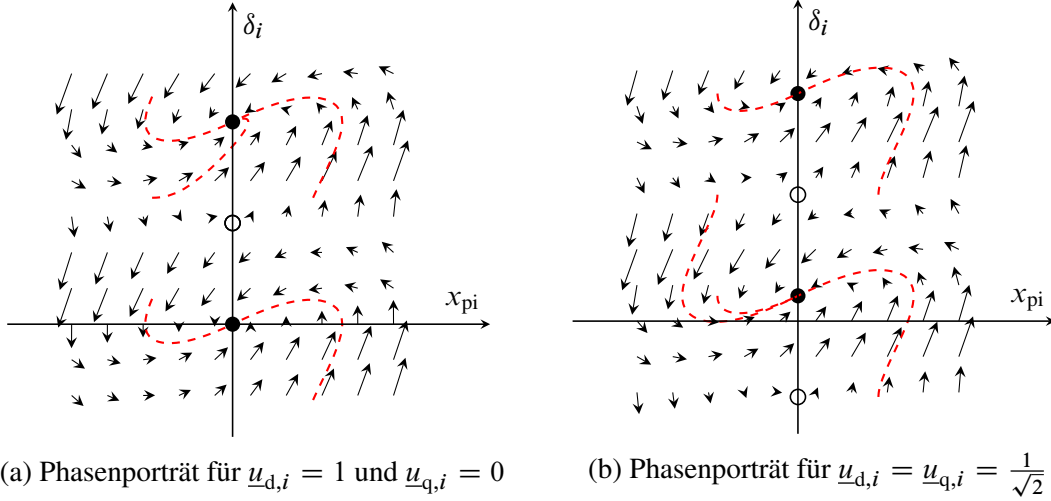


Abbildung 3.4: Phasenporträts der SRF-PLL bei Verwendung eines PI-Reglers und bei konstantem \underline{u}_i mit den Reglerparametern $k_p = 2 \cdot 88 = 176$ und $k_i = 88^2 = 7744$. Die kleinen ausgefüllten Kreise kennzeichnen stabile und die leeren Kreise instabile Arbeitspunkte. Die rot gestrichelten Kurven entsprechen Trajektorien des Systems.

aus denen die Übertragungsfunktionen der geschlossenen, um die Arbeitspunkte herum linearisierten Regelkreise bestimmt werden können

$$G_c = \frac{G_o}{1 + G_o} = \begin{cases} \frac{\hat{u}_i k_p}{s + \hat{u}_i k_p} & \text{für } \delta_i^o = \angle \underline{u}_i + 2n\pi \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z}, \\ \frac{-\hat{u}_i k_p}{s - \hat{u}_i k_p} & \text{für } \delta_i^o = \angle \underline{u}_i + 2n\pi + \pi \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Folglich sind bei Wahl einer positiven Reglerverstärkung k_p wieder die gewünschten Arbeitspunkte stabil und die ungewünschten Arbeitspunkte instabil.

Angenommen, die Ausregelzeit der Phasenregelschleife soll wieder bei ca. 10 ms liegen. Die Sprungantwort eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung erreicht 95% der Sprunghöhe nach Ablauf der Zeit, die drei mal so lang ist wie die Zeitkonstante des Verzögerungsgliedes, e. g. [25]. Damit kann die gewünschte Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises zu $T \approx \frac{10 \text{ ms}}{3}$ abgeschätzt werden. Dies führt zu einer geforderten Pollage von $s = -\frac{1}{T} = -300$ und somit direkt zu $k_p = \frac{300}{\hat{u}_i}$, wobei zur Bestimmung von \hat{u}_i wieder die nominelle Spannungsamplitude des Netzes herangezogen werden kann.

3.4 Simulationen

Um auch das transiente Verhalten der Phasenregelschleifen bei Verwendung der beiden Reglerstrukturen zu vergleichen, werden abschließend einige Simulationen durchgeführt. Dazu wird angenommen, dass die nominelle Amplitude der Netzspannung in dq-Koordinaten $\hat{u}_i = 1 \text{ V}$ beträgt. Die Reglerparameter werden wie in den Abschnitten 3.2.2 und 3.3 beschrieben gewählt. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 3.5 dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ wird die Phasenregelschleife eingeschaltet. Bei $t = 0,1 \text{ s}$ ändert sich ϕ_i bzw. $\tilde{\delta}_i$ sprunghöförmig um $15^\circ \approx 0,26 \text{ rad}$

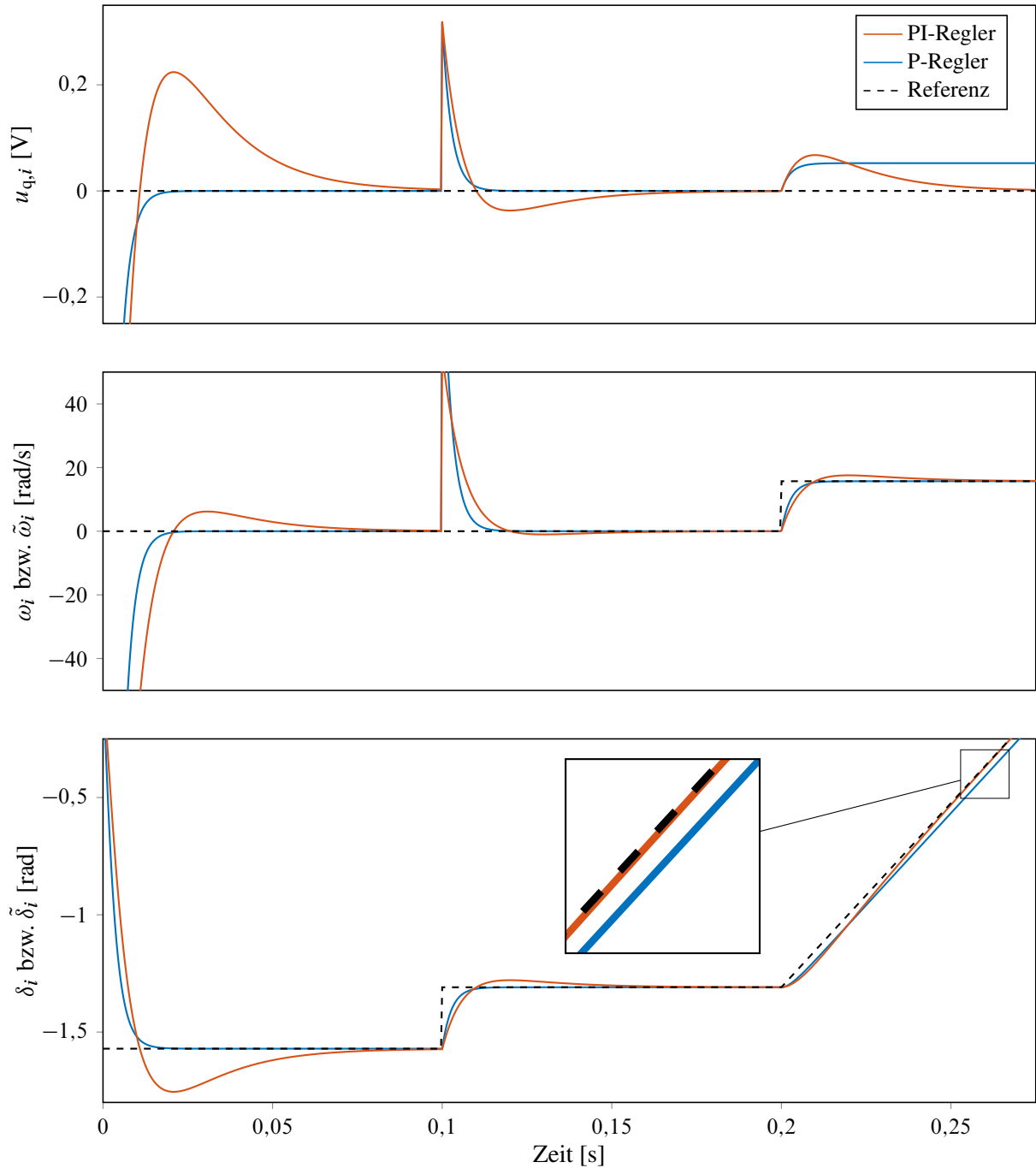


Abbildung 3.5: Simulation der Phasenregelschleife mit P- und PI-Regler.

und bei $t = 0,2$ s steigt die Frequenz $\dot{\phi}_i$ bzw. $\tilde{\omega}_i$ sprunghaft um $2,5 \text{ Hz} \approx 15,71 \text{ rad s}^{-1}$. Die gestrichelten Linien geben die aus der Netzspannung resultierenden Referenzwerte an. Die roten Kurven gehören zur Simulation mit dem PI-Regler und die blauen Kurven zur Simulation mit P-Regler. Die Simulationsergebnisse bestätigen die analytische Untersuchung der vorigen Abschnitte. Bei Verwendung eines P-Reglers wird $u_{q,i}$ nur dann stationär genau zu null ausgeglichen und δ_i nur dann stationär gegen $\angle \underline{u}_i$, wenn die Netzfrequenz exakt der Nominalfrequenz entspricht. Dahingegen wird die Winkelgeschwindigkeit unabhängig vom Reglertyp stationär genau ausgeglichen.

4 Spannungsregelung

Auf der untersten in dieser Arbeit betrachteten Ebene der hierarchischen Regelungsstruktur befindet sich die dezentrale Spannungsregelung. Wie im Blockschaltbild in Abbildung 4.1 dargestellt, bestimmt die Spannungsregelung des i -ten Umrichters aus den zur Verfügung stehenden Messungen am Umrichterfilter und dem Sollwert $\tilde{u}_{T_c^i}$ die Spannung an der Umrichterbrücke $u_{T_b^i}$, um die Regelabweichung $\tilde{u}_{T_c^i} - u_{T_c^i}$ stationär genau auszuregeln.

Für jede Erzeugungseinheit kommen die Betriebsmodi Schwarzstart, Synchronisierung an ein bestehendes Netz und Normalbetrieb in Frage. In all diesen Betriebsmodi wird die Spannungsregelung verwendet. Sie muss daher sowohl bei offenem als auch bei geschlossenem Relais und damit bei sich ändernder Regelstrecke zuverlässig funktionieren. Kleinster gemeinsamer Nenner dieser Regelstrecken und damit Grundlage für die Entwicklung des Spannungsreglers ist das Modell des LC-Filters, welches daher im folgenden Abschnitt in Umrichterkoordinaten aufgestellt und für die Analyse des Spannungsreglers vereinfacht wird.

Eine grundlegende Anforderung an die Umrichterregelung ist der Schutz vor zu großen Strömen $i_{\mathcal{E}_1^i}$, da solche den Umrichter beschädigen können. Daher wird nach der Modellierung des LC-Filters eine Möglichkeit zur Begrenzung des Umrichterstroms präsentiert.

Anschließend wird der Synchronisierungsvorgang thematisiert. Durch das dann offene Relais besteht die Regelstrecke ausschließlich aus dem LC-Filter. Als Spannungsregler wird ein Mehrgrößen-PI-Regler angesetzt und, um Messungen einzusparen, wird die Beobachtung von $u_{T_c^i}$ während des Synchronisierungsvorgangs diskutiert.

Nach dem Synchronisierungsvorgang wird das Relais geschlossen und der Netzstrom $i_{\mathcal{E}_s^i}$ ist im Allgemeinen nun ungleich null. Um den Einfluss des Netzstroms $i_{\mathcal{E}_s^i}$ auf die Regelgröße $u_{T_c^i}$ zu reduzieren, wird der Mehrgrößen-PI-Regler um eine Rückführung des Netzstroms $i_{\mathcal{E}_s^i}$ ergänzt, die wie eine Störgrößenaufschaltung ausgelegt wird.

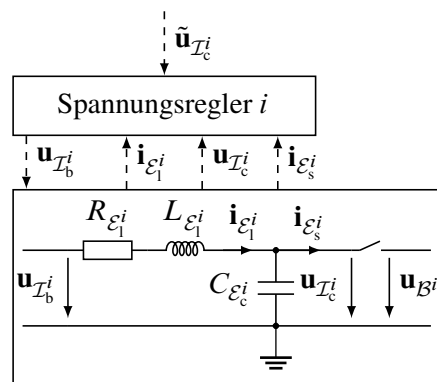


Abbildung 4.1: Spannungsregelung und LC-Filter

Beim Entwurf der Reglerparameter für die Spannungsregelung muss die Stabilität eines jeden geregelten LC-Filters bei geöffnetem Schalter sichergestellt werden. Gleichzeitig muss das System bestehend aus den über die Leitungen verkoppelten Umrichtern stabil sein, unabhängig davon, welche Relais geöffnet oder geschlossen sind, und unabhängig von der Lastsituation. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, wird eine hinreichende Stabilitätsbedingung hergeleitet, die es erlaubt, die Spannungsregelung (nahezu) dezentral auszulegen und trotzdem die Stabilität des Gesamtsystems beim Zusammenschalten beliebig vieler Umrichter an den dazu vorgesehenen Knoten zu gewährleisten.

4.1 Modellierung des LC-Filters

Das Modell des LC-Filters wird, wie die Spannungsregelung auch, in Umrichterkoordinaten formuliert. Der entsprechende Transformationswinkel $\theta_i = \underline{\theta} + \delta_i$ wird während der Synchronisierung an ein bestehendes Netz von der Phasenregelschleife, vgl. Kapitel 3, und andernfalls von einer überlagerten, in Kapitel 5 behandelten Leistungsregelung bestimmt. Ein wie in Abbildung 4.1 ausgeführtes LC-Filter wird in abc-Koordinaten durch

$$\frac{d\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i,abc}}{dt} = \frac{1}{L_{\mathcal{E}_1^i}} \left(\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i,abc} - \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i,abc} - R_{\mathcal{E}_1^i} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i,abc} \right) \quad (4.1a)$$

$$\frac{d\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i,abc}}{dt} = \frac{1}{C_{\mathcal{E}_c^i}} \left(\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i,abc} - \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i,abc} \right) \quad (4.1b)$$

beschrieben. Um (4.1) in Umrichterkoordinaten zu transformieren, wird erst von links mit $\mathbf{T}_{dq,i}$ multipliziert

$$\mathbf{T}_{dq,i} \frac{d\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i,abc}}{dt} = \frac{1}{L_{\mathcal{E}_1^i}} \left(\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i} - \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i} - R_{\mathcal{E}_1^i} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} \right)$$

$$\mathbf{T}_{dq,i} \frac{d\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i,abc}}{dt} = \frac{1}{C_{\mathcal{E}_c^i}} \left(\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} - \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} \right)$$

und dann die im Anhang angegebene Beziehung (A.3) eingesetzt, sodass sich nach Umformung

$$\frac{d\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}}{dt} = \frac{1}{L_{\mathcal{E}_1^i}} \left(\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i} - \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i} \right) + \begin{bmatrix} -\frac{R_{\mathcal{E}_1^i}}{L_{\mathcal{E}_1^i}} & \omega_i \\ -\omega_i & -\frac{R_{\mathcal{E}_1^i}}{L_{\mathcal{E}_1^i}} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} \quad (4.2a)$$

$$\frac{d\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i}}{dt} = \frac{1}{C_{\mathcal{E}_c^i}} \left(\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} - \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} \right) + \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i} \quad (4.2b)$$

ergibt. Da die Ausregelzeit der Spannungsregelung weniger als 10 ms betragen soll, kann sich der Winkel δ_i zwischen Netzwerk- und Umrichterkoordinaten in dieser Zeit nur marginal ändern. Somit kann, wie bei der Analyse der Phasenregelschleife in Kapitel 3, angenommen werden, dass die Winkelgeschwindigkeiten der Transformationswinkel der Umrichterkoordinaten und der Netzwerkkoordinaten übereinstimmen $\dot{\theta}_i = \omega_i \approx \dot{\underline{\theta}} = \omega_b$. Unter dieser Annahme vereinfacht sich

(4.2) zu einem zeitinvarianten linearen dynamischen System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{i}_{\mathcal{E}_l^i}}{dt} &= \frac{1}{L_{\mathcal{E}_l^i}} (\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i} - \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i}) + \begin{bmatrix} -\frac{R_{\mathcal{E}_l^i}}{L_{\mathcal{E}_l^i}} & \omega_b \\ -\omega_b & -\frac{R_{\mathcal{E}_l^i}}{L_{\mathcal{E}_l^i}} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_l^i} \\ \frac{d\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i}}{dt} &= \frac{1}{C_{\mathcal{E}_c^i}} (\mathbf{i}_{\mathcal{E}_l^i} - \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}) + \begin{bmatrix} 0 & \omega_b \\ -\omega_b & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i}.\end{aligned}$$

Im entsprechenden linearen Zustandsraumsystem ohne Ausgangsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}}_{F,i} = \mathbf{A}_{F,i} \mathbf{x}_{F,i} + \mathbf{B}_{F,i} \mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i} + \mathbf{E}_{F,i} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} \quad (4.3)$$

mit dem Zustand $\mathbf{x}_{F,i} = \text{col}(\mathbf{i}_{\mathcal{E}_l^i}, \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i})$ wird der Strom $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ als zusätzlicher Eingang neben der Stellgröße $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i}$ modelliert. Für die Systemmatrizen folgt dann

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{F,i} &= \left[\begin{array}{cc|cc} -\frac{R_{\mathcal{E}_l^i}}{L_{\mathcal{E}_l^i}} & \omega_b & -\frac{1}{L_{\mathcal{E}_l^i}} & 0 \\ -\omega_b & -\frac{R_{\mathcal{E}_l^i}}{L_{\mathcal{E}_l^i}} & 0 & -\frac{1}{L_{\mathcal{E}_l^i}} \\ \hline \frac{1}{C_{\mathcal{T}_c^i}} & 0 & 0 & \omega_b \\ 0 & \frac{1}{C_{\mathcal{T}_c^i}} & -\omega_b & 0 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{F,11,i} & \mathbf{A}_{F,12,i} \\ \mathbf{A}_{F,21,i} & \mathbf{A}_{F,22,i} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_{F,i} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\mathcal{E}_l^i}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{\mathcal{E}_l^i}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{F,1,i} \\ \mathbf{B}_{F,2,i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{F,i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_{\mathcal{E}_c^i}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_{\mathcal{E}_c^i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{F,1,i} \\ \mathbf{E}_{F,2,i} \end{bmatrix},\end{aligned}$$

wobei sich die Benennung der Teilmatrizen im Verlauf der Arbeit für eine kompakte mathematische Formulierung als hilfreich erweisen wird. Später wird noch die Übertragungsfunktion des Filters mit den für die Spannungsregelung verwendeten Messgrößen als Ausgang benötigt

$$\mathbf{G}_{F,i} = \left(\left[\begin{array}{c} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_l^i} \\ \mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i} \\ \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} \end{array} \right] \leftarrow \left[\begin{array}{c} \mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i} \\ \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} \end{array} \right] \right). \quad (4.4)$$

4.2 Strombegrenzung

Umrichter haben eine Obergrenze für den Strom $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_l^i}$, den sie dauerhaft zur Verfügung stellen können. Wird diese Obergrenze überschritten, kann der Umrichter Schaden nehmen. Daher ist eine Strombegrenzung eine grundlegende Anforderung an die Umrichterregelung. Auch können insbesondere wegen der endlichen Zwischenkreisspannung keine beliebigen Spannungen gestellt werden. Neben der Implementierung einer Strombegrenzung ist im Reglerentwurf und in den Simulationen daher auch die Spannungsbegrenzung zu berücksichtigen.

Um Strom und Spannung über Sättigungsglieder begrenzen zu können, wird der Spannungsregelung üblicherweise eine Stromregelung unterlagert. Die überlagerte Spannungsregelung stellt einen Sollstrom und die unterlagerte Stromregelung berechnet über einen Soll-Istwert-Vergleich die zu stellende Umrichterspannung [7, 70, 87]. Über ein Sättigungsglied am Ausgang der Spannungsregelung kann so der Strom begrenzt werden und ein weiteres Sättigungsglied am Ausgang der Stromregelung ermöglicht die Begrenzung der Spannung. Bei der üblichen Kaskade von Spannungs- und Stromregelung stehen allerdings insgesamt weniger Entwurfsfreiheitsgrade zur Verfügung als bei Verwendung eines Mehrgrößenreglers für die Spannungsregelung ohne unterlagerte Stromregelung. Daher wird im Folgenden gezeigt, wie der stationäre Umrichterstrom direkt über die Beschränkung der Spannung ohne unterlagerte Stromregelung begrenzt werden kann.

Um den Umrichter zu schützen, soll sichergestellt werden, dass die 2-Norm des sich stationär einstellenden Stroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}^o$ immer kleiner oder gleich einer Obergrenze i_{\max} ist:

$$\|\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}^o\|_2 \leq i_{\max}. \quad (4.5)$$

In komplexer Notation gilt

$$\underline{u}_{T_b^i} - \underline{u}_{T_c^i} = \underline{u}_{\mathcal{E}_1^i} = \underline{Z}_{\mathcal{E}_1^i} \underline{i}_{\mathcal{E}_1^i} \quad \Rightarrow \quad |\underline{u}_{\mathcal{E}_1^i}| = |\underline{Z}_{\mathcal{E}_1^i}| \cdot |\underline{i}_{\mathcal{E}_1^i}|.$$

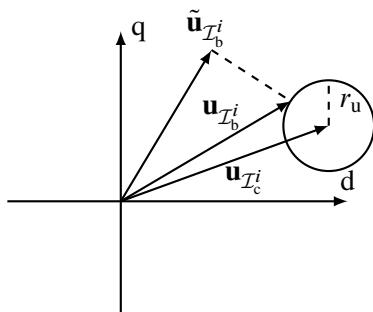
Um (4.5) zu gewährleisten, muss stationär daher der Zusammenhang

$$|\underline{u}_{\mathcal{E}_1^i}| \leq \sqrt{R_{\mathcal{E}_1^i}^2 + \omega_b^2 L_{\mathcal{E}_1^i}^2} \cdot i_{\max} = r_u \quad (4.6)$$

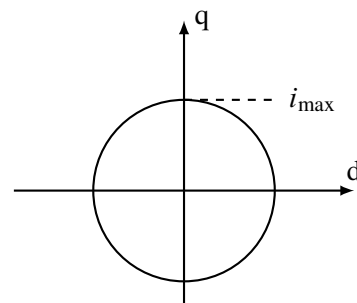
gelten, vgl. (2.15). Der Strom $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}$ kann demnach stationär durch eine Begrenzung der Stellgröße $\mathbf{u}_{T_b^i}$ auf eine Kreisfläche mit Radius r_u um $\mathbf{u}_{T_c^i}$ herum begrenzt werden. Dazu wird die Stellgröße $\mathbf{u}_{T_b^i}$ aus der aktuell gemessenen Kapazitätsspannung $\mathbf{u}_{T_c^i}$ und dem Reglerausgang $\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i}$ über

$$\mathbf{u}_{T_b^i} = \mathbf{u}_{T_c^i} + \min\left(\|\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i} - \mathbf{u}_{T_c^i}\|_2, r_u\right) \frac{\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i} - \mathbf{u}_{T_c^i}}{\|\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i} - \mathbf{u}_{T_c^i}\|_2} \quad (4.7)$$

berechnet. Abbildung 4.2 visualisiert diese Zusammenhänge.



(a) Kreisförmige Begrenzung der Spannung $\mathbf{u}_{T_b^i}$ mit Mittelpunkt $\mathbf{u}_{T_c^i}$ und Radius r_u



(b) Resultierende kreisförmige Strombegrenzung

Abbildung 4.2: Spannungsbegrenzung und resultierende stationäre Strombegrenzung

Zwar wird der Strom dadurch wie gewünscht begrenzt, allerdings verhindert (4.7) auch große Spannungsdifferenzen $\mathbf{u}_{\mathcal{E}_1^i}$ und damit den schnellen Aufbau des Stroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}$. Um diesen Nachteil abzuschwächen, kann der Radius der kreisförmigen Beschränkung in Abhängigkeit des Stroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}$ angepasst werden. Die maximal erlaubte Spannungsdifferenz u_{\max} sollte dabei so gewählt werden, dass die DC-Zwischenkreisspannung u_{DC} ausreichend groß ist, um die bei nominaler Netzspannung u_b resultierende Stellgröße $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}$ zu realisieren. Der Umrichter kann keine Spannung stellen, die größer ist als die halbe Zwischenkreisspannung.² Da mit effektiven Phase-Phase Spannungen gerechnet wird, ergibt sich die Begrenzung

$$\|\mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}\|_2 \leq \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}u_{\text{DC}}}{2}. \quad (4.8)$$

Liegt an der Kapazität die Nominalspannung an $\|\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}\|_2 = u_b$, können alle Spannungsdifferenzen

$$\|\mathbf{u}_{\mathcal{E}_1^i}\|_2 \leq u_{\max} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}u_{\text{DC}}}{2} - u_b \quad (4.9)$$

realisiert werden. Abbildung 4.3 visualisiert diese durch den Radius u_{\max} beschriebene Menge der umsetzbaren Spannungsdifferenzen $\mathbf{u}_{\mathcal{E}_1^i}$. Im Fall $\|\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}\|_2 > u_b$ können nicht alle durch (4.9) beschriebenen Spannungsdifferenzen realisiert werden. Dann sollte der Spannungsregler jedoch versuchen, die Spannung $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}$ durch eine kleinere Spannung $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}$ zu reduzieren, sodass die Beschränkung (4.8) vermutlich auch dann eingehalten wird. Sicherheitshalber kann der Radius u_{\max} auch um die im Netz erlaubte Abweichung von der Nominalspannung verkleinert werden.

²Gewisse Modulationsverfahren erlauben allerdings die Erzeugung dreiphasiger Spannungsverläufe mit Amplituden, die größer sind als die halbe Zwischenkreisspannung. Vgl. bspw. die Übermodulation oder die Überlagerung der dritten Oberschwingung, e. g. [58]. Bei Verwendung solcher Modulationsverfahren ist die Begrenzung (4.8) entsprechend anzupassen.

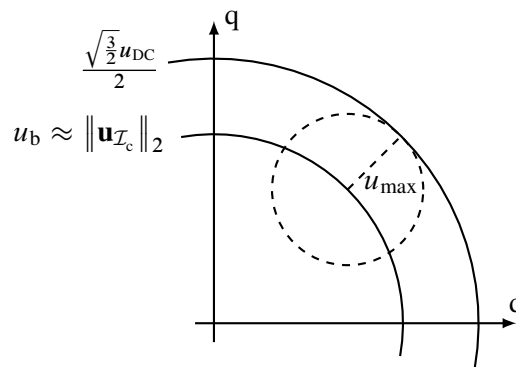


Abbildung 4.3: Die maximale Umrichterspannung $\|\mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}\|_2$ ist durch den größeren und die Nominalspannung des Netzes durch den kleineren Kreis gekennzeichnet. Der Radius u_{\max} des gestrichelten Kreises beschreibt realisierbare Spannungsdifferenzen $\|\mathbf{u}_{\mathcal{E}_1^i}\|_2 \leq u_{\max}$.

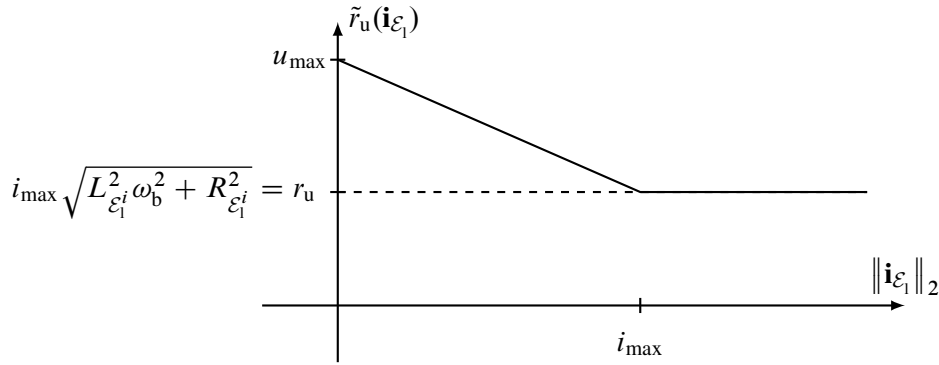


Abbildung 4.4: Die gestrichelte Linie zeigt den Radius r_u der Begrenzung von $\mathbf{u}_{T_b^i}$ um $\mathbf{u}_{T_c^i}$. Die durchgezogene Linie zeigt, wie r_u bei niedrigen Strömen $\mathbf{i}_{E_1^i}$ vergrößert werden kann, um einen schnelleren Stromaufbau zu ermöglichen.

Mit dem stromabhängigen Radius

$$\tilde{r}_u(\mathbf{i}_{E_1^i}) = \begin{cases} u_{\max} - \frac{u_{\max} - r_u}{i_{\max}} \|\mathbf{i}_{E_1^i}\|_2 & \text{für } \|\mathbf{i}_{E_1^i}\|_2 < i_{\max}, \\ r_u & \text{für } \|\mathbf{i}_{E_1^i}\|_2 \geq i_{\max} \end{cases}$$

ergibt sich statt (4.7) die Gleichung

$$\mathbf{u}_{T_b^i} = \mathbf{u}_{T_c^i} + \min\left(\|\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i} - \mathbf{u}_{T_c^i}\|_2, \tilde{r}_u(\mathbf{i}_{E_1^i})\right) \cdot \frac{\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i} - \mathbf{u}_{T_c^i}}{\|\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i} - \mathbf{u}_{T_c^i}\|_2}. \quad (4.10)$$

Abbildung 4.4 visualisiert, wie der feste Radius r_u bei kleinen Strömen vergrößert werden kann. Diese Beschränkung von $\mathbf{u}_{T_b^i}$ gewährleistet nicht nur die stationäre Begrenzung des Stroms, sondern auch, dass (4.8) für $\|\mathbf{u}_{T_c^i}\|_2 \leq u_b$ eingehalten wird.

Bei der Begrenzung des Stroms auf die hier dargelegte Weise muss der Windup-Effekt beachtet werden, e. g. [2]. Wird das System an der Strombegrenzung betrieben und werden keine entsprechenden Gegenmaßnahmen getroffen, kann der I-Anteil der Spannungsregelung sich aufintegrieren. Nimmt der Strom dann wieder ab, muss auch der I-Anteil erst wieder abnehmen, bevor die Regelung wieder richtig funktionieren kann. In der Literatur gibt es viele Ansätze, um dem Windup-Effekt entgegenzuwirken. Eine sehr einfache aber effektive Anti-Windup-Maßnahme, die auch hier verwendet wird, ist die Rückführung der Differenz von Reglerausgangsgröße $\tilde{\mathbf{u}}_{T_b^i}$ und Stellgröße $\mathbf{u}_{T_b^i}$ auf den Eingang des Integrators. Die Strombegrenzung samt Anti-Windup-Maßnahme wird in den folgenden Abschnitten der Übersichtlichkeit halber weggelassen.

4.3 Synchronisierungsvorgang

Während des Synchronisierungsvorgangs ist das Relais geöffnet und die Referenzgröße des Spannungsreglers $\tilde{\mathbf{u}}_{T_c^i}$ wie auch der Transformationswinkel des Umrichterkoordinatensystems werden

auch ein Beobachter verwendet werden. Dies bietet sich insbesondere deshalb an, da bei geschlossenem Relais $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i} = \mathbf{u}_{\mathcal{B}^i}$ gilt und dann folglich eine Messung für $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i}$ vorhanden ist.

Im Anhang in Abschnitt B.1 sind die in dieser Arbeit verwendeten Zusammenhänge zu Beobachtern zusammengefasst. Für ausführlichere Erklärungen und für Herleitungen dieser Zusammenhänge wird im Anhang auf gängige Literatur verwiesen.

Um die Beobachtbarkeit von $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i}$ während der Synchronisierung zu untersuchen, wird die Systemgleichung (4.3) um die entsprechende Ausgangsgleichung ergänzt und dabei $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} = \mathbf{0}$ gesetzt. Damit ergibt sich

$$\dot{\mathbf{x}}_{F,i} = \mathbf{A}_{F,i} \dot{\mathbf{x}}_{F,i} + \mathbf{B}_{F,i} \mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i} \quad (4.11a)$$

$$\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} = [\mathbf{I}_2 \quad \mathbf{0}_2] \mathbf{x}_{F,i} = \mathbf{C}_{F,i} \mathbf{x}_{F,i} . \quad (4.11b)$$

Das Beobachtbarkeitskriterium von Kalman (Satz 3 in Abschnitt B.1) besagt, dass (4.11) vollständig beobachtbar ist, wenn

$$\text{rang}(\mathbf{M}_B) = \text{rang} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^3 \end{bmatrix} \right) = \text{rang} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{0}_2 \\ \mathbf{A}_{F,11,i} & \mathbf{A}_{F,12,i} \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix} \right) = n ,$$

wobei n die Dimension von $\mathbf{A}_{F,i}$ ist. Da $\mathbf{A}_{F,12,i}$ eine Diagonalmatrix ist, vgl. Abschnitt 4.1, sind die Spalten von \mathbf{M}_B linear unabhängig und \mathbf{M}_B hat vollen Rang. Damit ist (4.11) gemäß dem Kalman-Kriterium vollständig beobachtbar. Da mit $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}$ ein Teil des Zustandes gemessen wird, bietet sich die Verwendung eines reduzierten Beobachters zur Rekonstruktion von $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^i}$ an:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{B,i} &= (\mathbf{A}_{F,22,i} - \mathbf{L}_i \mathbf{A}_{F,12,i}) \mathbf{x}_{B,i} - \mathbf{L}_i \mathbf{B}_{F,1,i} \mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i} \\ &\quad + (\mathbf{A}_{F,21,i} - \mathbf{L}_i \mathbf{A}_{F,11,i} + (\mathbf{A}_{F,22,i} - \mathbf{L}_i \mathbf{A}_{F,12,i}) \mathbf{L}_i) \mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} \end{aligned} \quad (4.12a)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_{\mathcal{T}_c^i} = \mathbf{x}_{B,i} + \mathbf{L}_i \mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i} . \quad (4.12b)$$

Für die Wahl der Beobachterverstärkung \mathbf{L}_i werden die Eigenwerte der Systemmatrix des Beobachters $\mathbf{A}_{F,22,i} - \mathbf{L}_i \mathbf{A}_{F,12,i}$ vorgegeben. Für die Systemmatrix gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{F,22,i} - \mathbf{L}_i \mathbf{A}_{F,12,i} &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_b \\ -\omega_b & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{11,i} & L_{12,i} \\ L_{21,i} & L_{22,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_{\mathcal{E}_1^i}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_{\mathcal{E}_1^i}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{L_{\mathcal{E}_1^i}} \begin{bmatrix} L_{11,i} & L_{12,i} + L_{\mathcal{E}_1^i} \omega_b \\ L_{21,i} - L_{\mathcal{E}_1^i} \omega_b & L_{22,i} \end{bmatrix} . \end{aligned}$$

Durch die Wahl

$$L_{12,i} = -\omega_b L_{\mathcal{E}_1^i} \quad \text{und} \quad L_{21,i} = \omega_b L_{\mathcal{E}_1^i}$$

ergibt sich für die Systemmatrix des Beobachters eine Diagonalmatrix, deren reelle Eigenwerte

$$\lambda_1 = \frac{L_{11,i}}{L_{\mathcal{E}_1^i}} , \quad \lambda_2 = \frac{L_{22,i}}{L_{\mathcal{E}_1^i}}$$

über $L_{11,i}$ und $L_{22,i}$ vorgegeben werden können.

4.4 Rückführung des Netzstroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ bei geschlossenem Relais

Wird das Relais geschlossen, ist der Netzstrom im Allgemeinen ungleich null $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} \neq \mathbf{0}$. Ändert sich der Leistungsbedarf einer Last im Netzwerk, so führt dies unmittelbar auch zu einer Änderung des Stroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$. Um die Auswirkung einer solchen Stromänderung auf die Kapazitätsspannung zu reduzieren, wird die in Abbildung 4.6 gezeigte Struktur der Spannungsregelung um eine Rückführung des Netzstroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ über $\mathbf{K}_{d,i}$ ergänzt. Es ergibt sich die finale Struktur der Spannungsregelung, wie sie im Blockschaltbild in Abbildung 4.7 dargestellt ist. Diese Reglerstruktur ist angelehnt an die PI-Regelung mit unterlagerter Zustandsrückführung und Störgrößenaufschaltung, wie sie bspw. in [88] diskutiert wird. Allerdings ist die Rückführung von $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ strenggenommen keine Störgrößenaufschaltung, da $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ keine wirklich exogene Größe ist. Auch handelt es sich nicht um eine echte Zustandsrückführung, da der zurückgeführte Zustand $\mathbf{x}_{F,i}$ nur dem Filterzustand und nicht dem Systemzustand entspricht.

Über die Rückführung des Stroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ kann der Einfluss von Ereignissen im Netz auf die Zustandsgröße $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}$ des Filters reduziert werden. Würde der Einfluss des Stroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ auf die Spannung $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}$ vollständig eliminiert, wären die Umrichter samt LC-Filter aus Sicht des Netzwerks konstante Spannungsquellen. Dann bestünde das Energienetz aus über passive Elemente miteinander verbundenen konstanten Spannungsquellen. Unabhängig von der Zahl der Umrichter und von der Lastsituation wäre ein solches System stabil.

Diese Überlegung zeigt, dass die Reduktion des Einflusses von $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ auf die Spannung $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}$ wesentlich für das stabile Zusammenschalten der Umrichter trotz dezentralen Entwurfs der Spannungsregler ist. Eine vollständige Kompensation des Einflusses von $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ auf $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}$ ist in der Realität zwar unmöglich, bei idealem Stell- und Messglied kann der Einfluss durch die Rückführung von $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ aber beliebig reduziert werden.

Aus Abbildung 4.7 wird die Stellgröße zu

$$\mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i} = \mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}^d + \mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}^x + \mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}^p + \mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}^i$$

abgelesen. Dabei wird der Strom $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ für die Berechnung von

$$\mathbf{u}_{\mathcal{I}_b^i}^d = \mathbf{K}_{d,i} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$$

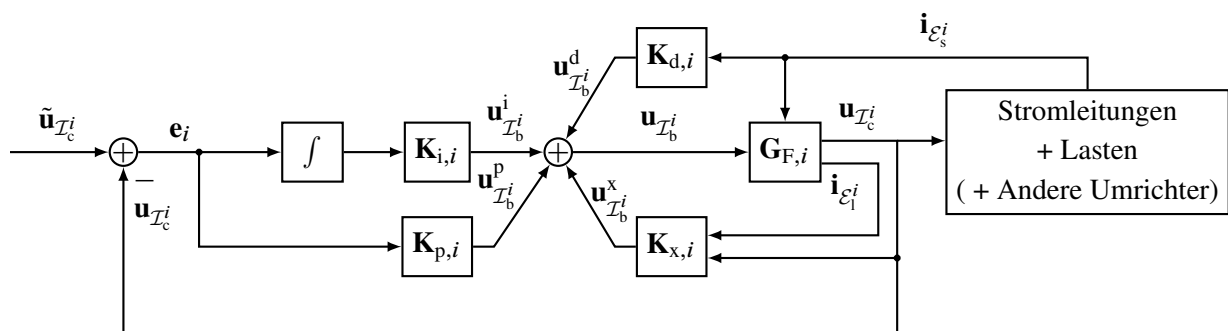


Abbildung 4.7: Struktur der Spannungsregelung

verwendet. Im Laplace-Bereich kann die Übertragungsfunktionsmatrix von $\mathbf{u}_{T_b^i}$ und $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ nach $\mathbf{u}_{T_c^i}$ aufgestellt werden

$$\mathbf{u}_{T_c^i} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{F,i})^{-1} \mathbf{B}_{F,i}}_{\mathbf{G}_u(s)} \mathbf{u}_{T_b^i} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{F,i})^{-1} \mathbf{E}_{F,i}}_{\mathbf{G}_d(s)} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}.$$

Um den Einfluss von $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ auf $\mathbf{u}_{T_c^i}$ zu eliminieren, müsste demzufolge

$$\mathbf{u}_{T_b^i} = -\mathbf{G}_u(s)^{-1} \mathbf{G}_d(s) \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} = \begin{bmatrix} R_{\mathcal{E}_1^i} + L_{\mathcal{E}_1^i} s & -L_{\mathcal{E}_1^i} \omega_b \\ L_{\mathcal{E}_1^i} \omega_b & R_{\mathcal{E}_1^i} + L_{\mathcal{E}_1^i} s \end{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i} \quad (4.13)$$

gewählt werden. Diese Regelung kann nicht realisiert werden, da es sich um eine nicht-kausale Rückführung handelt. Stattdessen kann (4.13) durch die kausale Rückführung

$$\mathbf{K}_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{R_{\mathcal{E}_1^i} + L_{\mathcal{E}_1^i} s}{T_d s + 1} & -\frac{L_{\mathcal{E}_1^i} \omega_b}{T_d s + 1} \\ \frac{L_{\mathcal{E}_1^i} \omega_b}{T_d s + 1} & \frac{R_{\mathcal{E}_1^i} + L_{\mathcal{E}_1^i} s}{T_d s + 1} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

angenähert werden, wobei die Zeitkonstante T_d in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Hardware zu wählen ist. Mit kleiner werdender Zeitkonstante T_d reduziert sich zwar der Einfluss von $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ auf $\mathbf{u}_{T_c^i}$, allerdings steigen dann auch die Anforderungen an Stellglied und Messgüte.

4.5 Dezentraler Reglerentwurf

Beim Entwurf der Parameter der Spannungsregler muss die Stabilität der geregelten LC-Filter bei offenem Relais gewährleistet werden, sowie auch die Stabilität des Gesamtsystems bei sich ändernder Lastsituation und beliebiger Konstellation der Umrichter. Der Begriff *Umrichterkonstellation* wird dazu genutzt, die Situation im Netzwerk zu umschreiben: Welche Umrichter sind mit dem Netz verbunden und welche sind vom Netz getrennt? In diesem Abschnitt wird aufgezeigt, wie Regler ausgelegt werden können, die diese Anforderungen erfüllen. Der Abschnitt basiert auf den in [44] publizierten Ergebnissen.

Bislang wurde die Spannungsregelung fast ausschließlich anhand des Modells des LC-Filters diskutiert. Tatsächlich fließen beim Entwurf der Spannungsregler in der Praxis zumeist keine detaillierten Informationen über das Netzwerk ein. Stattdessen wird lediglich das Filtermodell als Strecke verwendet. Abbildung 4.8 zeigt das dem Reglerentwurf dann zugrundeliegende Blockschaltbild, wobei der in das Netz eingespeiste Strom $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ als Störung aufgefasst wird. Alternativ kann auch ein Abschlussmodell, meistens Netzimpedanz genannt, zur Modellierung des Netzes verwendet werden. Da der Spannungsregler vor allem das lokale Regelziel hat, die Spannung über der Filterkapazität konstant zu halten, erscheint ein dezentraler Entwurf der Spannungsregelung durchaus aussichtsreich. Bei einem ausschließlich dezentralen Entwurf kann die Stabilität des Gesamtsystems, welches Stromleitungen, Lasten und andere Umrichter umfasst, allerdings nicht garantiert werden. Für das Gesamtsystem kann das in Abbildung 4.9 gezeigte Blockschaltbild gezeichnet werden, wobei weiterhin angenommen wird, dass $\omega_i = \omega_b$ gilt und die Winkel

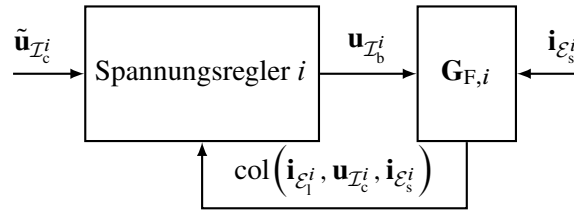


Abbildung 4.8: Blockschaltbild zum Entwurf der Spannungsregelung

δ_i zwischen Umrichter- und Netzwerkkkoordinaten somit konstant sind. Die in der Abbildung verwendeten Übertragungsfunktionsmatrizen der Stromleitungen \mathbf{G}_N und Filter $\mathbf{G}_{F,i}$ wurden bereits an früherer Stelle eingeführt, vgl. (2.26) und (4.4). Die Beschreibung der Lasten \mathbf{Z}_L erfolgt im nächsten Abschnitt, vgl. (4.18).

Statt die Spannungsregler dezentral auszulegen, könnten sie auch zentral basierend auf Abbildung 4.9 ausgelegt werden. Die Stabilität des zum Entwurf verwendeten Modells wäre dann zwar sichergestellt, jedoch wäre die Stabilität bereits nach dem Abschalten oder Zuschalten eines Umrichters nicht mehr garantiert. Auch ergeben sich beim zentralen Entwurf schon für relativ kleine Netze Streckenmodelle hoher Ordnung, was in Anbetracht der Nichtkonvexität der für den Entwurf der Reglerparameter zu lösenden Optimierungsprobleme heikel ist. Daher wird in Abschnitt 4.5.2 stattdessen die Stabilität des Gesamtsystems untersucht und daraus ein Stabilitätskriterium abgeleitet, das bei einem dezentralen Entwurf der Spannungsregelung berücksichtigt werden kann, sodass die Stabilität des Gesamtsystems gewährleistet werden kann. Vorher wird jedoch im folgenden Abschnitt das Modell der Lasten aufgestellt, das für die Analyse der Spannungsregelung verwendet wird.

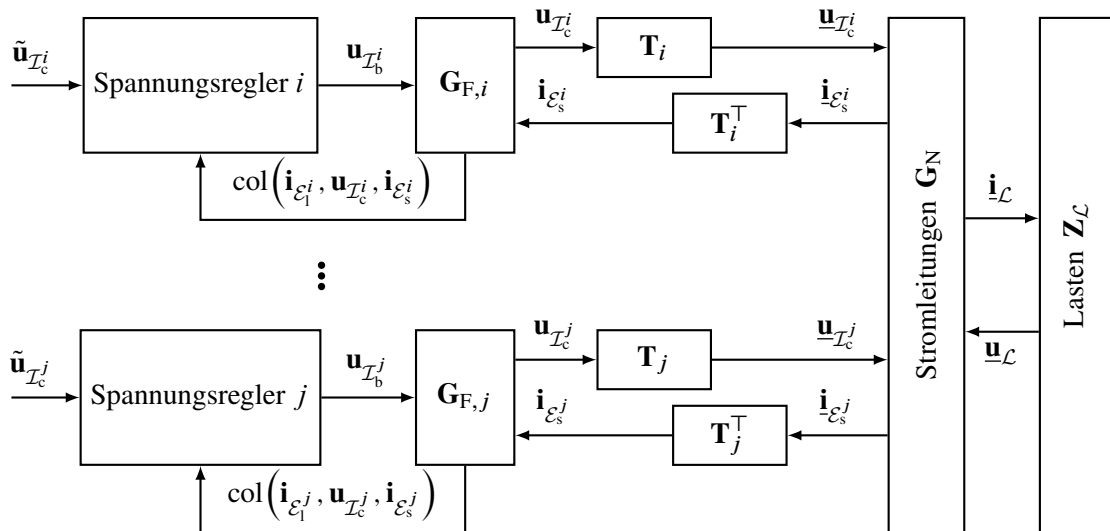


Abbildung 4.9: Blockschaltbild zur Stabilitätsbetrachtung bei Analyse der Spannungsregelung

4.5.1 Lastmodell

Für die Betrachtung der Spannungsregelung werden die Lasten durch Impedanzen $Z_{\mathcal{L}^i} = R_{\mathcal{L}^i} + jX_{\mathcal{L}^i}$ gegen Erde mit vernachlässigter Dynamik modelliert

$$\underline{\mathbf{u}}_{\mathcal{L}^i} = \begin{bmatrix} R_{\mathcal{L}^i} & -X_{\mathcal{L}^i} \\ X_{\mathcal{L}^i} & R_{\mathcal{L}^i} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_{\mathcal{L}^i} = \mathbf{Z}_{\mathcal{L}^i} \underline{\mathbf{i}}_{\mathcal{L}^i} . \quad (4.15)$$

Die Widerstände $R_{\mathcal{L}^i}$ und Reaktanzen $X_{\mathcal{L}^i}$ der Lasten werden als unsichere Parameter aufgefasst, die vom Leistungsbedarf der Lasten $s_{\mathcal{L}^i} = p_{\mathcal{L}^i} + jq_{\mathcal{L}^i}$ abhängen. Aus der Gleichung

$$s_{\mathcal{L}^i} = \underline{u}_{\mathcal{L}^i} \underline{i}_{\mathcal{L}^i}^* = \frac{\underline{u}_{\mathcal{L}^i} \underline{u}_{\mathcal{L}^i}^*}{Z_{\mathcal{L}^i}^*} = \frac{|\underline{u}_{\mathcal{L}^i}|^2}{Z_{\mathcal{L}^i}^*}$$

folgt der Zusammenhang zwischen Lastparameter und durch die Last bezogene Leistung

$$Z_{\mathcal{L}^i} = \frac{|\underline{u}_{\mathcal{L}^i}|^2}{s_{\mathcal{L}^i}^*} , \quad (4.16)$$

der auch vom Betrag der Spannung am Lastknoten $|\underline{u}_{\mathcal{L}^i}|$ abhängt. Da die Netzspannung auf die Nominalspannung u_b geregelt wird, kann $|\underline{u}_{\mathcal{L}^i}| \approx u_b$ angenommen werden. Daher wird die Unsicherheit in den Lastparametern $Z_{\mathcal{L}^i}$ unter der Annahme berechnet, dass die Spannung an den Lastknoten der Nominalspannung des Netzes entspricht. Die Leistungsabnahme der Lasten unter dieser Annahme wird durch ein Zirkumflex $\hat{p}_{\mathcal{L}^i}, \hat{q}_{\mathcal{L}^i}$ gekennzeichnet und aus (4.16) folgt durch konjugiert komplexe Erweiterung

$$R_{\mathcal{L}^i} = u_b^2 \frac{\hat{p}_{\mathcal{L}^i}}{\hat{p}_{\mathcal{L}^i}^2 + \hat{q}_{\mathcal{L}^i}^2} , \quad X_{\mathcal{L}^i} = u_b^2 \frac{\hat{q}_{\mathcal{L}^i}}{\hat{p}_{\mathcal{L}^i}^2 + \hat{q}_{\mathcal{L}^i}^2} . \quad (4.17)$$

Um die Unsicherheitsintervalle der Lastparameter zu bestimmen, werden Intervalle $\hat{\mathcal{P}}_{\mathcal{L}^i}, \hat{\mathcal{Q}}_{\mathcal{L}^i}$ für die Abnahmeleistung der Lasten bei Nominalspannung eingeführt. Die Unsicherheitsintervalle für die Lastparameter werden dann durch Minimierung und Maximierung von (4.17) unter den Nebenbedingungen $\hat{p}_{\mathcal{L}^i} \in \hat{\mathcal{P}}_{\mathcal{L}^i}$ und $\hat{q}_{\mathcal{L}^i} \in \hat{\mathcal{Q}}_{\mathcal{L}^i}$ berechnet. Es wird angenommen, dass jede Last zu jeder Zeit Wirkleistung verbraucht $\hat{p}_{\mathcal{L}^i} > 0$, woraus auch direkt $R_{\mathcal{L}^i} > 0$ folgt. Die Unsicherheitsintervalle der Lastparameter werden als $\mathcal{R}_{\mathcal{L}^i}$ und $\mathcal{X}_{\mathcal{L}^i}$ bezeichnet. Aus den Modellen der einzelnen Lasten (4.15) folgt das unsichere Modell aller Lasten

$$\underline{\mathbf{u}}_{\mathcal{L}} = \langle \mathbf{Z}_{\mathcal{L}^i} \rangle \underline{\mathbf{i}}_{\mathcal{L}} = \mathbf{Z}_{\mathcal{L}} \underline{\mathbf{i}}_{\mathcal{L}} . \quad (4.18)$$

4.5.2 Hinreichende Stabilitätsbedingung

Um die Stabilität des Gesamtsystems in Abbildung 4.9 zu untersuchen, wird das Modell der Leitungen und Koppelinduktivitäten \mathbf{G}_N mit dem Lastmodell $\mathbf{Z}_{\mathcal{L}}$ verknüpft

$$\mathbf{G}_{\tilde{N}} = \left(\underline{\mathbf{i}}_{\mathcal{E}_s} \leftarrow \underline{\mathbf{u}}_{\mathcal{I}_c} \right) .$$

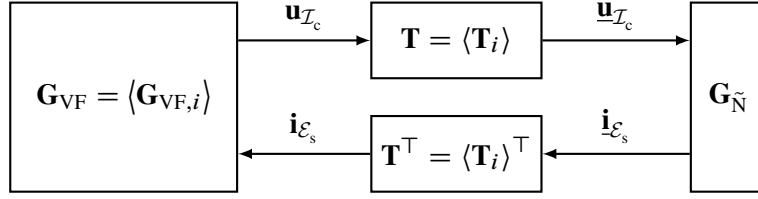


Abbildung 4.10: Vereinfachtes Blockschaltbild zur Stabilitätsbetrachtung bei Analyse der Spannungsregelung

Da die Lasten per Annahme zu jeder Zeit Wirkleistung verbrauchen, ist $\mathbf{G}_{\tilde{N}}$ für alle Lastmodelle strikt passiv und somit auch stabil [3, 53]. Die Modelle des LC-Filters $\mathbf{G}_{F,i}$ und des Spannungsreglers des i -ten Umrichters werden in der Übertragungsfunktionsmatrix

$$\mathbf{G}_{VF,i} = (\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i} \leftarrow \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i})$$

zusammengefasst. Die Referenzgröße $\tilde{\mathbf{u}}_{\mathcal{I}_c^i}$ bleibt dabei unberücksichtigt, da sie keinen Einfluss auf die Stabilität des geschlossenen Regelkreises hat. Wird der Spannungsregler dezentral anhand des LC-Filters entworfen, ist die Stabilität von $\mathbf{G}_{VF,i}$ sichergestellt. Dann ist auch die Übertragungsfunktionsmatrix

$$\mathbf{G}_{VF} = \langle \mathbf{G}_{VF,i} \rangle = (\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c} \leftarrow \mathbf{i}_{\mathcal{E}_s})$$

aller dezentralen, geschlossenen Regelkreise stabil. Werden die Transformationsmatrizen zwischen lokalen und globalen dq-Koordinaten zu einer blockdiagonalen Matrix zusammengesetzt

$$\mathbf{T} = \langle \mathbf{T}_i \rangle ,$$

kann der in Abbildung 4.9 gezeigte Regelkreis wie in Abbildung 4.10 dargestellt werden. Wird dieses Blockschaltbild bei $\mathbf{u}_{\mathcal{I}_c}$ aufgetrennt, ergibt sich der offene Regelkreis

$$\mathbf{G}_o = \mathbf{G}_{VF} \cdot \mathbf{T}^\top \cdot \mathbf{G}_{\tilde{N}} \cdot \mathbf{T} . \quad (4.19)$$

Die H_∞ -Systemnorm ist submultiplikativ, vgl. Abschnitt A.7, sodass $\|\mathbf{G}_o\|_\infty$ durch

$$\|\mathbf{G}_o\|_\infty \leq \|\mathbf{G}_{VF}\|_\infty \cdot \|\mathbf{T}^\top\|_\infty \cdot \|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_\infty \cdot \|\mathbf{T}\|_\infty \quad (4.20)$$

nach oben beschränkt werden kann. Weil \mathbf{G}_{VF} eine Blockdiagonalmatrix ist, gilt gemäß (A.10) für dessen H_∞ -Norm $\|\mathbf{G}_{VF}\|_\infty = \max_{i \in \mathcal{I}_b} \|\mathbf{G}_{VF,i}\|_\infty$. Eine Rotation verändert die Länge der Zeiger nicht, weshalb für die Rotationsmatrizen $\bar{\sigma}(\mathbf{T}_i) = 1$ gilt. Da \mathbf{T}_i von der Frequenz unabhängig ist, gilt auch $\|\mathbf{T}_i\|_\infty = \bar{\sigma}(\mathbf{T}_i)$ und in der Folge $\|\mathbf{T}_i\|_\infty = 1$. Für die aus Rotationsmatrizen bestehende Blockdiagonalmatrix \mathbf{T} ergibt sich daher mit (A.10) ebenfalls $\|\mathbf{T}\|_\infty = 1$. Damit kann für die obere Schranke (4.20) auch

$$\|\mathbf{G}_o\|_\infty \leq \max_{i \in \mathcal{I}_b} \|\mathbf{G}_{VF,i}\|_\infty \cdot \max_{R_{\mathcal{L}^i} \in \mathcal{R}_{\mathcal{L}^i}, X_{\mathcal{L}^i} \in \mathcal{X}_{\mathcal{L}^i}} \|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_\infty = \max_{i \in \mathcal{I}_b} \|\mathbf{G}_{VF,i}\|_\infty \cdot N_\infty \quad (4.21)$$

geschrieben werden, wobei die maximale H_∞ -Norm des dynamischen Systems bestehend aus Leitungen und Lasten für eine im Folgenden übersichtlichere Notation zu N_∞ abgekürzt wurde.

Da \mathbf{G}_{VF} und $\mathbf{G}_{\tilde{N}}$ stabil sind, wie vorab argumentiert wurde, ist auch der offene Regelkreis \mathbf{G}_o in (4.19) stabil. Somit kann nun der Satz der kleinen Verstärkungen angewendet werden, vgl. Abschnitt B.2. Mit der oberen Schranke (4.21) ergibt sich so folgendes Resultat:

Satz 1 (Stabilität spannungsgeregelter Umrichternetze) *Sind die Lasten zu jeder Zeit Wirkleistungs-senken und kann δ_i als konstant aber beliebig angenommen werden, so folgt aus*

$$\|\mathbf{G}_{VF,i}\|_{\infty} < \frac{1}{N_{\infty}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_b \quad (4.22)$$

die Stabilität des in Abbildung 4.9 gezeigten Systems spannungsgeregelter Umrichter für alle erlaubten Lastparameter $R_{\mathcal{L}i} \in \mathcal{R}_{\mathcal{L}i}$ und $X_{\mathcal{L}i} \in \mathcal{X}_{\mathcal{L}i}$.

Die Spannungsregler können mithilfe von Satz 1 dezentral ausgelegt werden, so lange N_{∞} bekannt ist, in (4.21) definiert als die maximale H_{∞} -Norm des Systems $\mathbf{G}_{\tilde{N}}$ bestehend aus den Stromleitungen und Lasten. Zur Berechnung von N_{∞} kann bspw. wie in [44] vorgegangen werden. Dies ist aber ziemlich aufwändig, weshalb es sich stattdessen empfiehlt, N_{∞} für einige feste Parameterwerte $R_{\mathcal{L}i} \in \mathcal{R}_{\mathcal{L}i}$ und $X_{\mathcal{L}i} \in \mathcal{X}_{\mathcal{L}i}$ zu berechnen und den größten dabei vorkommenden Wert für N_{∞} anzusetzen.

Soll die Stabilität für jede Umrichterkonstellation garantiert werden, muss $\|\mathbf{G}_{VF,i}\|_{\infty}$ zur Bestimmung von N_{∞} nicht nur über die erlaubten Lastparameter, sondern auch über die Umrichterkonstellationen maximiert werden. Wenn ein Umrichter nicht mit dem Netz verbunden ist und der entsprechende Knoten daher weder Quelle noch Senke darstellt, muss dies über die Kron-Reduktion berücksichtigt werden, vgl. Abschnitt 2.5.3. Es wird sich bei Betrachtung des Beispielsystems zeigen, dass der Einfluss der Lastparameter auf N_{∞} vernachlässigbar ist im Vergleich zum Einfluss der Umrichterkonstellation.

Sind die zur Berechnung von N_{∞} benötigten Informationen nicht vorhanden, könnten Benchmark-Netze herangezogen werden, um typische N_{∞} -Werte zu bestimmen, an denen sich beim Reglerentwurf orientiert werden kann. Wenn auch dies nicht möglich ist, gibt Satz 1 trotzdem einen Anhaltspunkt, wozu die vorhandenen Freiheitsgrade beim Reglerentwurf genutzt werden können. So kann der Regler so ausgelegt werden, dass $\|\mathbf{G}_{VF,i}\|_{\infty}$ unter der Nebenbedingung minimiert wird, dass die minimalen Anforderungen an die Dynamik von $\mathbf{G}_{VF,i}$ erfüllt werden. Die Stabilität kann in diesen Fällen selbstverständlich nicht garantiert werden.

Offensichtlich handelt es sich bei Satz 1 um ein konservatives Kriterium, da es auf dem konservativen Satz der kleinen Verstärkungen basiert und bei der Herleitung zusätzlich eine obere Schranke für die Norm des offenen Regelkreises verwendet wird. Das Kriterium kann bei Annahme idealer Stell- und Messglieder immer erfüllt werden, indem die nicht-kausale Übertragungsfunktion (4.13) wie in (4.14) mit beliebig kleinem T_d angenähert wird. Entscheidend dafür, ob die Bedingung (4.22) auch bei Berücksichtigung von bspw. Stellgrößenbeschränkungen und Signalverarbeitungszeiten erfüllt werden kann, ist zum einen die Stärke der Verkopplung der Umrichter, die sich in der Zahl N_{∞} widerspiegelt, und zum anderen die Einflussmöglichkeit des Spannungsreglers

auf die Resonanzüberhöhung des LC-Filters. Bei besonders starker Verkopplung der Umrichter ist der Ansatz ungeeignet, die Regler dezentral entwerfen zu wollen. Stattdessen sollten die eng miteinander verkoppelten Umrichter dann wie ein dynamisches System behandelt und die Regler zentral entworfen werden.

4.6 Reglerentwurf und Simulation am Beispielsystem

In diesem Abschnitt wird ein Beispielsystem präsentiert und dessen Spannungsregelung entworfen, wie in den Abschnitten zuvor beschrieben. Anhand von Simulationen des Beispielsystems werden die theoretischen Ergebnisse der vorigen Abschnitte veranschaulicht. Die erste Simulation zeigt den Schwarzstart eines Umrichters und die Effektivität der in Abschnitt 4.2 vorgestellten Strombegrenzung. Die zweite Simulation zeigt die Synchronisation von zwei weiteren Umrichtern an den ersten, wobei die Spannung $\mathbf{u}_{T_c^i}$ während des Synchronisierungsvorgangs beobachtet wird, vgl. Abschnitt 4.3.2, und die Phasenregelschleife zum Einsatz kommt. Schließlich zeigt die dritte Simulation das Verhalten der drei verkoppelten Umrichter bei Lastsprüngen.

4.6.1 Beispielsystem

Es wird das Beispielsystem aus [84] herangezogen und leicht adaptiert. Es wurde bereits auch in ähnlicher Form in [42] und [44] verwendet. Die Topologie des Beispielsystems ist dieselbe, die bereits in Abbildung 2.1 zur Einführung der graphenbasierten Beschreibung von Energienetzen verwendet wurde. Das Netz wird vorerst im Inselbetrieb betrachtet. Die Parameterwerte fasst Tabelle 4.1 zusammen. Die Umrichterbrücken selbst werden, wie in der Einführung beschrieben, als steuerbare Spannungsquellen modelliert. Unter der Annahme, dass die Leistungsabnahme der Lasten in den Intervallen

$$\hat{\mathcal{P}}_{\mathcal{L}^i} = [1000, 25000] , \quad \hat{\mathcal{Q}}_{\mathcal{L}^i} = [-5000, 5000] , \quad i \in \{1, 2\}$$

bleibt, ergeben sich nach Abschnitt 4.5.1 für die Lastparameter die Intervalle

$$\mathcal{R}_{\mathcal{L}^i} = [4, 1, 107] , \quad \mathcal{X}_{\mathcal{L}^i} = [-53, 3, 53, 3] , \quad i \in \{1, 2\} .$$

Tabelle 4.1: Parameterwerte des Beispielsystems

Kanten	\mathcal{E}_l	\mathcal{E}_c	\mathcal{E}_s	\mathcal{E}_n
$R [\Omega]$	0,1	0	0,03	0,23
$L [\text{mH}]$	1,35	0	0,35	0,32
$C [\mu\text{F}]$	0	50	0	0

4.6.2 Berechnung der maximalen H_∞ -Norm

Um die Regler dezentral zu entwerfen und dabei mithilfe von Satz 1 die Stabilität des Gesamtsystems sicherzustellen, muss vorab die Größe

$$N_\infty = \max_{R_{\mathcal{L}i} \in \mathcal{R}_{\mathcal{L}i}, X_{\mathcal{L}i} \in \mathcal{X}_{\mathcal{L}i}} \|\mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\|_\infty$$

berechnet werden. Da keine geschlossene Lösung für dieses Problem angegeben werden kann, wird heuristisch vorgegangen. Die 4 Lastparameter werden im erlaubten Intervall mit 11 Werten äquidistant abgetastet. Daraus entstehen 11^4 mögliche Lastparametersätze, für die jeweils $\|\mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\|_\infty$ berechnet wird. Der größte dabei entstehende Wert wird für N_∞ verwendet.

Damit die Stabilität auch gewährleistet ist, wenn Umrichter sich vom Netz trennen, muss zur Bestimmung von N_∞ auch über alle Umrichterkonstellationen maximiert werden. Der Fall, dass kein Umrichter mit dem Netz verbunden ist, muss nicht berücksichtigt werden, da das System dann nur aus den Leitungen und Lasten besteht. Daher gibt es in einem Microgrid mit 3 Umrichtern insgesamt $2^3 - 1 = 7$ zu berücksichtigende Umrichterkonstellationen, für die N_∞ wie im Absatz zuvor beschrieben berechnet wird. Um den Einfluss der Lastparameter auf $\|\mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\|_\infty$ zu untersuchen, wird für jede Umrichterkonstellation auch die minimale H_∞ -Norm bestimmt.

Die so berechneten maximalen und minimalen Werte von $\|\mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\|_\infty$ sind für alle Konstellationen in Tabelle 4.2 angegeben. Es zeigt sich zweierlei:

- die Lastparameter im Beispielsystem ändern $\|\mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\|_\infty$ absolut gesehen nur geringfügig,
- $\|\mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\|_\infty$ wird dann am größten, wenn alle Umrichter am Netz sind.

Diese beiden Beobachtungen stehen im Einklang mit der physikalischen Intuition. Die betrachtete H_∞ -Norm beschreibt die größte Verstärkung zwischen dem Vektor der Spannungen an den Kapazitäten $\underline{u}_{\mathcal{L}_c}$ und dem Vektor der in das Netz eingespeisten Ströme $\underline{i}_{\mathcal{L}_s}$, vgl. Abbildung 4.10 und Abschnitt A.7. Wird die Spannung an einem der Kapazitätsknoten angehoben und alle anderen Spannungen festgehalten, so führt dies wegen der kleinen Leitungsimpedanzen zu einer

Tabelle 4.2: Maximales und minimales $\|\mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\|_\infty$ für alle Umrichterkonstellationen im Inselbetrieb

Konstellation	Zugeschaltete Umrichter			$\ \mathbf{G}_{\tilde{\mathcal{N}}}\ _\infty$	
	Umrichter 1	Umrichter 2	Umrichter 3	Minimum	Maximum
1	1	0	0	0,0149	0,4023
2	0	1	0	0,0151	0,4430
3	0	0	1	0,0151	0,4430
4	1	1	0	6,8858	7,0295
5	1	0	1	3,8108	3,9031
6	0	1	1	6,8857	7,0294
7	1	1	1	9,3706	9,4693

erheblichen Änderung der Umrichterströme. Eine Änderung der Lastimpedanz beeinflusst diese Ströme zwar ebenfalls, jedoch sind selbst die kleinsten Lastimpedanzen viel größer als die größten Leitungsimpedanzen, sodass der Einfluss der Lastimpedanzen auf die Umrichterströme im Vergleich gering bleibt. Dies erklärt, dass die Lastparametervariationen einen nur geringen Einfluss auf $\|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_{\infty}$ haben. Der entscheidende Faktor für die Größe von $\|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_{\infty}$ ist die Stärke der Verkopplung der Umrichter untereinander, die dann am größten ist, wenn alle Umrichter mit dem Netz verbunden sind. Dieser Zusammenhang ist in Tabelle 4.2 besonders deutlich zu erkennen, wenn die Konstellationen 4 bis 6 verglichen werden. Die H_{∞} -Norm von $\mathbf{G}_{\tilde{N}}$ ist für die Konstellation 5 deutlich kleiner als für die Konstellationen 4 und 6, da die Umrichter in Konstellation 5 am weitesten voneinander entfernt sind, vgl. die Topologie des Microgrids in Abbildung 2.1.

Da die Beobachtungen mit der physikalischen Intuition im Einklang stehen, ist zu vermuten, dass sie auf andere Energienetze übertragen werden können. Dann wäre es für eine gute Abschätzung von N_{∞} ausreichend, $\|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_{\infty}$ bei nominalen Lastparametern für den Fall zu berechnen, dass alle Umrichter am Netz sind.

4.6.3 Entwurf der Reglerparameter

Entscheidend für die Anwendbarkeit des vorgestellten Stabilitätskriteriums ist, dass sich die Resonanzstellen der LC-Filter durch die Spannungsregelung dämpfen lassen. Im Beispielsystem liegen diese bei ca. 562 Hz und 662 Hz. Diese Frequenzen sind deutlich kleiner als die üblichen Schalt- und Abtastfrequenzen, sodass die Resonanzstellen der Filter mit der Spannungsregelung gut gedämpft werden können.

Um die Bandbreite des Reglers zu begrenzen, wird ein PT1-Glied mit einer Grenzfrequenz von 10 kHz zwischen Reglerausgang und Stellsignal geschaltet. Für die in Abschnitt 4.4 beschriebene Rückführung des Netzstroms wird

$$T_d = \frac{1}{1000 \cdot 2\pi}$$

gewählt. Die Reglerparameter werden dezentral anhand des in Abbildung 4.8 gezeigten Systems durch Anwendung der Matlab-Funktion *sys tune* optimiert. Um Stabilität sicherzustellen, wird gemäß Satz 1 als Nebenbedingung in der Optimierung

$$\|\mathbf{G}_{VF,i}\|_{\infty} < \frac{1}{9,4693} = 0,1056 \quad (4.23)$$

verlangt. Da die Grenzfrequenzen der Leitungen bei ca. 100 Hz liegen, werden Signale mit höheren Frequenzen von den Leitungen gedämpft, weshalb die Forderung (4.23) beim Reglerentwurf für höhere Frequenzen aufgeweicht wird. In die Gütefunktion geht sowohl die Pollage des geschlossenen Regelkreises $\mathbf{G}_{VF,i}$ als auch die H_{∞} -Norm der Übertragungsfunktion von $\tilde{u}_{T_c^i,d}$ und

$\mathbf{i}_{\mathcal{E}_s^i}$ auf die Stellgröße $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i}$ ein. So ergeben sich folgende Reglerparameter

$$\mathbf{K}_{i,i} = \begin{bmatrix} 3,15 \cdot 10^5 & 0 \\ 0 & 3,15 \cdot 10^5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{p,i} = \begin{bmatrix} -58,63 & -15,49 \\ 12,39 & 149,13 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_{x,i} = \begin{bmatrix} -44,10 & -0,43 & -94,20 & -15,82 \\ 0,42 & -44,10 & 12,71 & 113,56 \end{bmatrix},$$

die für alle Umrichter identisch sind, da auch identische LC-Filter für die Umrichter verwendet werden.

Für den während des Synchronisierungsvorgangs verwendeten Beobachter, der in Abschnitt 4.3.2 beschrieben ist, wird

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} -1000 \cdot 2\pi \cdot L_{\mathcal{E}_1^i} & -\omega_b L_{\mathcal{E}_1^i} \\ \omega_b L_{\mathcal{E}_1^i} & -1000 \cdot 2\pi \cdot L_{\mathcal{E}_1^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6,75 & -0,4241 \\ 0,4241 & -6,75 \end{bmatrix}$$

verwendet. Die Systemmatrix des Beobachters hat dann Eigenwerte bei $-1000 \cdot 2\pi$.

4.6.4 Schwarzstart und Strombegrenzung

Um ein Microgrid hochzufahren, muss ein Umrichter einen Schwarzstart durchführen. Dazu erhält der Spannungsregler die nominalen Spannungs- und Frequenzwerte als Referenzgrößen. Dieser Prozess wird in diesem Abschnitt simuliert. Da es sich dabei um einen recht einfachen Vorgang handelt, wird die gleiche Simulation auch dazu verwendet, die Funktionalität der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Strombegrenzung aufzuzeigen.

Bevor die Simulation durchgeführt werden kann, muss die Strombegrenzung ausgelegt werden. Angenommen, jeder Umrichter im Beispielsystem kann maximal $\|\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^i}\|_2 = 62 \text{ A}$ einspeisen. Dies entspricht einer maximalen Wirkleistung von $62 \text{ A} \cdot 400 \text{ V} \approx 25 \text{ kW}$. Für die Umrichter im Beispielsystem ergibt sich so nach (4.6)

$$r_u = 62 \text{ A} \cdot \sqrt{L_{\mathcal{E}_1^i}^2 \omega_b^2 + R_{\mathcal{E}_1^i}^2} \approx 27 \text{ V}.$$

Die endliche Spannung des Zwischenkreises stellt eine weitere Stellgrößenbeschränkung dar. Wird eine Zwischenkreisspannung von 1000 V angenommen, ergibt sich nach (4.9)

$$u_{\max} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} 1000 \text{ V}}{2} - 400 \text{ V} \approx 212 \text{ V}.$$

Um die Auswirkungen der Strombegrenzung zu untersuchen, werden drei Simulationen durchgeführt. In der ersten Simulation (Fall 1) wird keine Stellgrößenbeschränkung verwendet. In der zweiten Simulation (Fall 2) wird die Stellgröße $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i}$ über (4.7) unabhängig vom Strom beschränkt. In der dritten Simulation (Fall 3) wird $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^i}$ hingegen über (4.10) in Abhängigkeit des Stroms beschränkt. Abbildung 4.11 zeigt die 2-Normen der Spannungen $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_c^1}$, $\mathbf{u}_{\mathcal{T}_b^1}$ und $\mathbf{u}_{\mathcal{E}_1^1}$ und des Stroms $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^1}$ während der drei Simulationen.

Für die Simulation ist lediglich Umrichter 1 an das Netz angeschlossen. Während der ersten 0,01 s haben Last 1 und Last 2 einen Widerstand von jeweils 1000 Ω , sodass nur wenig Leistung benötigt wird. In diesen ersten 0,01 s fährt Umrichter 1 seine Spannung sanft hoch. Bei $t = 0,01$ s wird der Widerstand von Last 1 auf 10 Ω gesenkt und der Umrichter muss nun zusätzliche Leistung einspeisen. Zum Zeitpunkt 0,02 s ändert sich der Widerstand von Last 2 auf 8 Ω . Wieder muss der Umrichter mehr Leistung einspeisen, jedoch ist der dazu benötigte Strom größer, als die Spezifikation des Umrichters erlaubt. Der Widerstand von Last 2 wird zum Zeitpunkt 0,04 s wieder auf 1000 Ω angehoben.

Der Schwarzstart von Umrichter 1 läuft in allen drei Fällen ähnlich ab. Größere Unterschiede zwischen den drei betrachteten Fällen sind erst bei Betrachtung der Laständerungen zu erkennen. Wird die Stellgröße nicht beschränkt, reagiert der Umrichter innerhalb kürzester Zeit auf jede Laständerung. Dabei wird die Stellgröße $\mathbf{u}_{T_b^1}$ sehr schnell verändert und es treten große Beträge der Stellgröße auf, die in der Realität zum Teil nicht umgesetzt werden könnten. Dadurch kann der Regelfehler klein gehalten werden, sodass $\mathbf{u}_{T_c^1}$ zu jeder Zeit sehr nah am Sollwert bleibt.

Wird Fall 2 betrachtet, so zeigt der Verlauf von $\|\mathbf{u}_{\mathcal{E}_1^1}\|_2$, dass die Stellgrößenbeschränkung schon bei der ersten Laständerung zum Zeitpunkt 0,01 s aktiv wird. Da die Spannung $\mathbf{u}_{T_c^1}$ wegen der erhöhten Last einbricht, muss $\mathbf{u}_{T_b^1}$ diesem Einbruch folgen, damit die Relativspannung $\mathbf{u}_{\mathcal{E}_1^1}$ nicht zu groß wird. Dadurch wird der für die Last benötigte Strom nur langsam aufgebaut und es entstehen relativ große Regelabweichungen. Ab $t = 0,02$ s kann der Umrichter den benötigten Strom auch stationär nicht liefern und es kommt zu einem dauerhaften Spannungseinbruch. Der Verlauf von $\|\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^1}\|_2$ zeigt, dass die Strombegrenzung funktioniert. Es stellt sich exakt $\|\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^1}^0\|_2 = 62$ A ein.

Die zusätzliche Abhängigkeit der Stellgrößenbeschränkung von $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^1}$ in Fall 3 ermöglicht die Verwendung größerer Stellgrößen, wenn der Strom noch nicht in der Nähe des erlaubten Maximalwertes ist. Dadurch wird der benötigte Strom nach Laständerungen schneller aufgebaut und es kann im Vergleich zu Fall 2 eine deutliche Verbesserung des Regelverhaltens erzielt werden, ohne dass die Begrenzung des stationären Stroms beeinträchtigt wird.

4.6.5 Synchronisation an ein bestehendes Netz

Im Folgenden wird simuliert, wie der zweite Umrichter sich mit dem im vorigen Abschnitt hochgefahrenen ersten Umrichter synchronisiert und daraufhin sein Relais schließt. Die wesentlichen Signale der entsprechenden Simulation sind in Abbildung 4.12 dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s wird die Phasenregelschleife des zweiten Umrichters eingeschaltet. Diese liefert nach einem Einschwingvorgang die Winkelgeschwindigkeit ω_{PLL} und den Betrag v_{PLL} der Spannung auf der Netzseite des Relais. Da die von der Phasenregelschleife ausgegebene Winkelgeschwindigkeit aufintegriert wird, um den bei der Transformation in Umrichterkoordinaten verwendeten Transformationswinkel zu erhalten, verändert sich die gemessene Spannung \mathbf{u}_{B^2} , bis die Phasenregelschleife eingeschwungen ist, obwohl sich in dieser Zeit weder Amplitude noch Winkelgeschwindigkeit der dreiphasigen Spannung $\mathbf{u}_{B^2,abc}$ ändern.

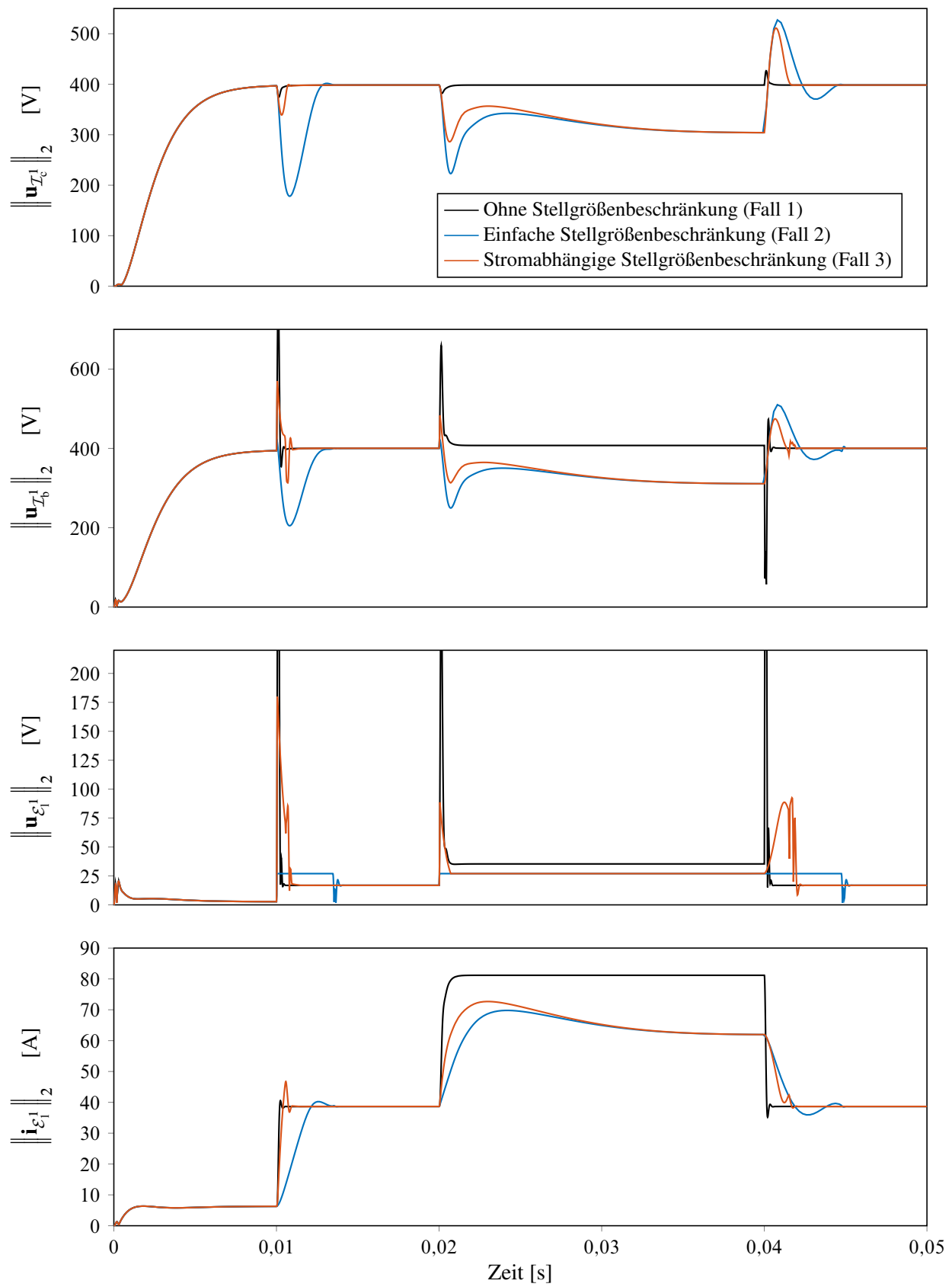


Abbildung 4.11: Schwarzstart und Strombegrenzung

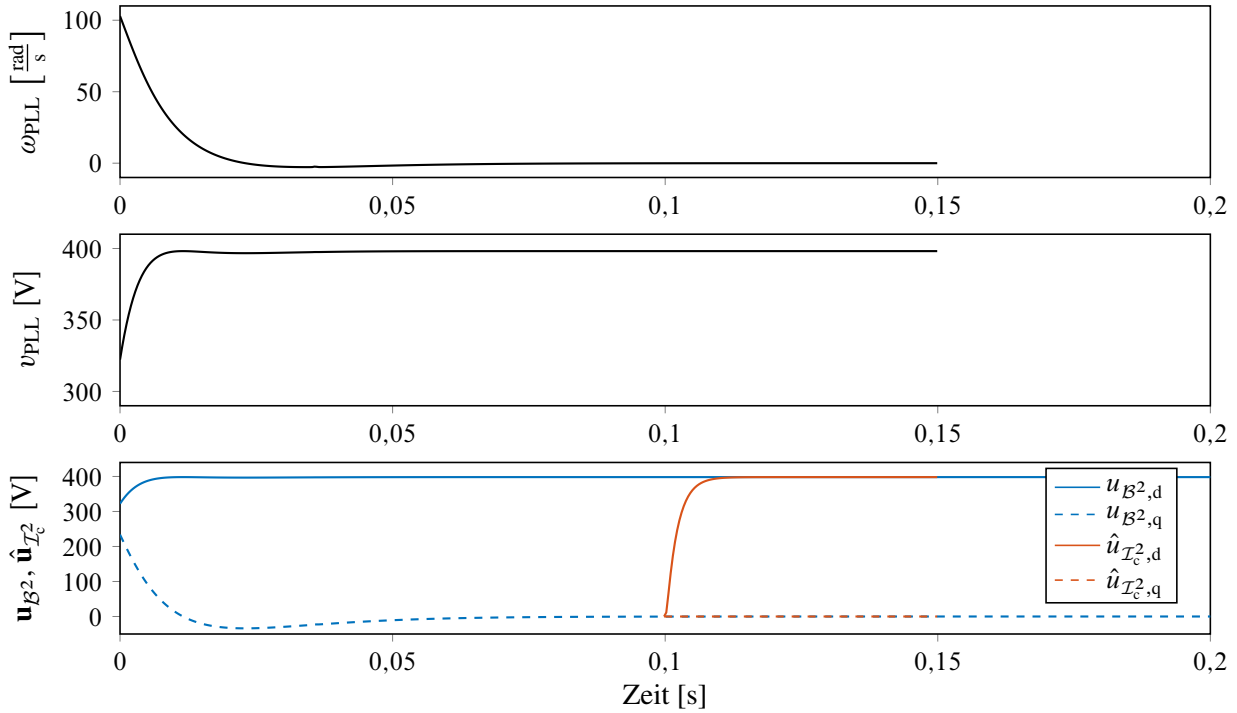


Abbildung 4.12: Synchronisationsvorgang

Nach dem Einschwingvorgang der Phasenregelschleife wird zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s der Spannungsregler einschließlich des in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Beobachters für $\mathbf{u}_{T_c^2}$ eingeschaltet. Das Relais ist zu diesem Zeitpunkt noch immer geöffnet und der Spannungsregler erhält seine Führungsgrößen aus der Phasenregelschleife, sodass nun das in Abbildung 4.5 gezeigte Blockschaltbild gilt. Da beim Einschalten des Beobachters $\mathbf{i}_{\mathcal{E}_1^2}$ null ist und die Beobachterzustände zu null initialisiert werden, gilt für den Ausgang des Beobachters beim Einschalten $\hat{\mathbf{u}}_{T_c^2} = \mathbf{0}$, vgl. (4.12). Da zu diesem Zeitpunkt die zu beobachtende Größe $\mathbf{u}_{T_c^2}$ ebenfalls null ist, muss der Beobachter nicht einschwingen. Es wurde in der Abbildung darauf verzichtet, die tatsächliche Spannung $\mathbf{u}_{T_c^2}$ abzubilden, da sie in der Simulation exakt mit dem rekonstruierten Signal $\hat{\mathbf{u}}_{T_c^2}$ übereinstimmt. Nach kurzer Zeit hat der Spannungsregler die Spannung $\hat{\mathbf{u}}_{T_c^2}$ stationär genau auf \mathbf{u}_{B_2} eingeregelt. Da keine Spannung mehr über das Relais abfällt, wird dieses zum Zeitpunkt $t = 0,15$ s geschlossen, was keinen Einfluss auf die Signale hat, da in der Simulation ein ideales Relais verwendet wird. Gleichzeitig mit dem Schließen des Relais werden Phasenregelschleife und Beobachter angehalten. Als Führungsgrößen für den Spannungsregler wurden in der Simulation von da an die letzten von der Phasenregelschleife ausgegebenen Werte verwendet. Statt der Beobachtung von $\mathbf{u}_{T_c^2}$ erhält der Spannungsregler nach Schließen des Relais als Eingang die Messgröße \mathbf{u}_{B^2} .

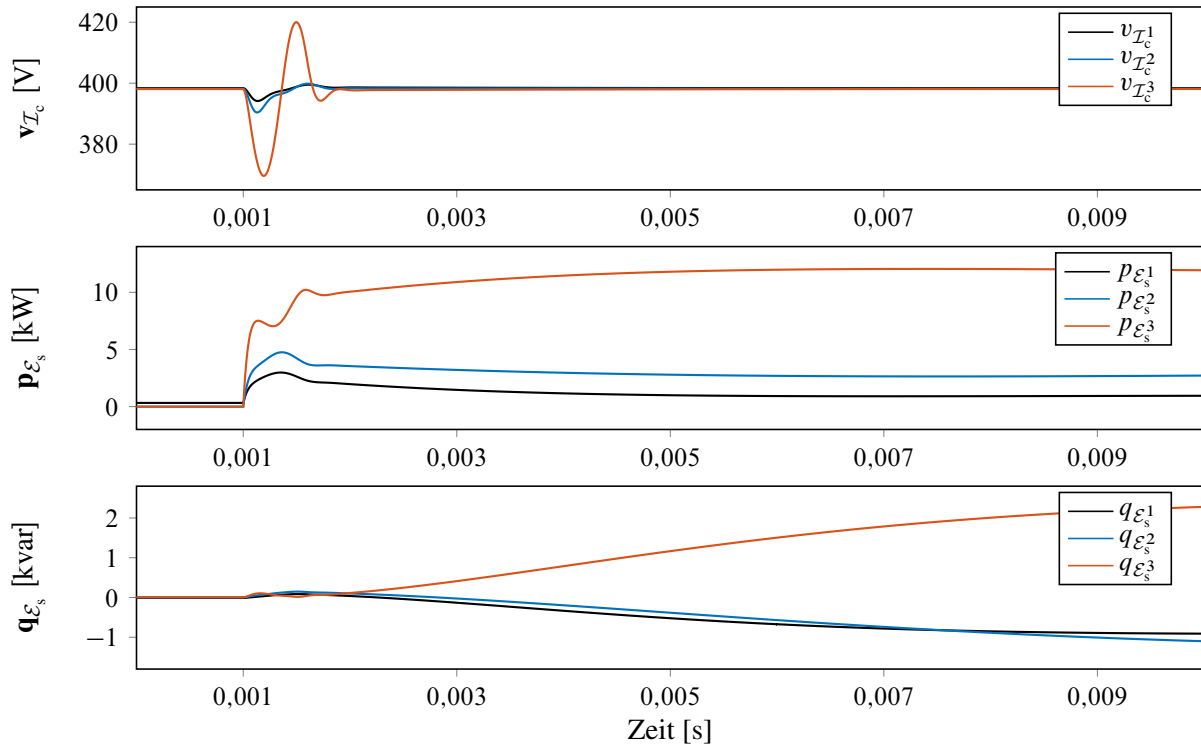


Abbildung 4.13: Lastsprung im spannungsgeregelten Microgrid

4.6.6 Verkoppelte Umrichter

Schließlich soll noch eine Simulation gezeigt werden, in der alle drei Umrichter des Microgrids miteinander verbunden sind und auf eine Laständerung reagieren. Die aus der Simulation resultierenden Spannungsbeträge an den Filterkapazitäten $\mathbf{v}_{T_c} = \text{col}(\|\mathbf{u}_{T_c^i}\|_2)$ und die von den Umrichtern eingespeisten Leistungen sind in Abbildung 4.13 dargestellt. Zum Zeitpunkt 0,001 s ändert sich die zweite Last, die dem dritten Umrichter am nächsten ist. Ihr Widerstand reduziert sich von 1000Ω auf 10Ω . Offenbar regeln die Spannungsregler wie erwartet die Spannungsbeträge an den Filterkapazitäten nach dem Lastsprung wieder aus. Den größten temporären Abfall der Spannung verzeichnet der dritte Umrichter, da er der größer werdenden Last am nächsten ist.

4.7 Stabilität spannungsgeregelter Microgrid-Verbundnetze

Für die Erstellung der Simulationen im Abschnitt zuvor wurde ein Microgrid im Inselmodus herangezogen. Dank der begrenzten Ausmaße des Microgrids war es problemlos möglich, die zur Anwendung von Satz 1 notwendige Kennzahl N_∞ zu bestimmen. So konnten die Regler schließlich dezentral ausgelegt und dabei die Stabilität des Microgrids im Inselbetrieb gewährleistet werden. Zwar könnte für Microgrid-Verbundnetze genauso vorgegangen werden, doch würde der Aufwand zur Berechnung von N_∞ mit der Größe des Netzwerks ansteigen. Sind die Microgrids aber so gewählt, dass sie elektrisch eng miteinander verbundene Umrichter und Lasten zusammenfassen, sind die Admittanzen innerhalb eines Microgrids deutlich größer als die Admittanzen zwischen

zwei Punkten unterschiedlicher Microgrids. Dann kann das N_∞ des Microgrid-Verbundnetzes durch das maximale N_∞ der einzelnen Microgrids abgeschätzt werden. Bei der Einteilung des Gesamtnetzes in Microgrids dürften natürlicherweise elektrisch eng miteinander verbundene Bereiche zusammengefasst werden. Um dies sicherzustellen, können allerdings auch Methoden wie die ϵ -Dekomposition [94, 97] verwendet werden, die schwache Kopplungen in dynamischen Systemen aufdecken.

Um zu veranschaulichen, wie gut die Abschätzung der zu einem Microgrid-Verbundnetz gehörenden Kennzahl N_∞ durch das maximale N_∞ der einzelnen Microgrids ist, wird das im Grundlagenkapitel in Abbildung 2.2 dargestellte Microgrid-Verbundnetz herangezogen. Es besteht aus drei identischen Microgrids, die dem im Abschnitt zuvor beschriebenen Microgrid entsprechen. Deren Topologie ist in Abbildung 2.1 gezeigt und die Parameter sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Aus dem Abschnitt zuvor ist somit für die einzelnen Microgrids $\|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_\infty \leq 9,4693$ bekannt. Der Kehrwert berechnet sich zu $9,4693^{-1} = 0,1056$.

Tabelle 4.3 zeigt die H_∞ -Normen des Microgrid-Verbundnetzes für verschiedene Parameter der Koppelleitungen und für große und kleine Lastimpedanzen. Es werden auch die Kehrwerte der H_∞ -Normen angegeben. Es zeigt sich erneut, dass die Lastimpedanzen einen nur geringen Einfluss auf $\|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_\infty$ haben. Außerdem vergrößert sich $\|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_\infty$ selbst für geringe Koppelimpedanzen zwischen den Microgrids nur geringfügig. Mit größer werdenden Koppelimpedanzen wird die H_∞ -Norm des Verbundnetzes kleiner und fällt sogar unter die maximale H_∞ -Norm der einzelnen Microgrids. Wie vorher behauptet, liegen die H_∞ -Normen des Verbundnetzes und die der Microgrids nah beieinander. Die Voraussetzung hierfür ist, dass die Admittanzen zwischen Umrichter-knoten innerhalb eines Microgrids größer sind als zwischen Umrichter-knoten unterschiedlicher Microgrids. Die Ergebnisse in Tabelle 4.3 untermauern den heuristischen Ansatz, die Kennzahl N_∞ des Microgrid-Verbundnetzes durch das maximale N_∞ der einzelnen Microgrids abzuschätzen.

Tabelle 4.3: $\|\mathbf{G}_{\tilde{N}}\|_\infty$ für das Verbundnetz bei verschiedenen Parametern R, L der Koppelleitungen

R [Ω]	L [mH]	Lastimpedanzen	$\ \mathbf{G}_{\tilde{N}}\ _\infty$	$\ \mathbf{G}_{\tilde{N}}\ _\infty^{-1}$
0,23	0,32	Groß	9,744	0,1026
0,23	0,32	Klein	9,708	0,1030
2,30	3,20	Groß	9,466	0,1056
2,30	3,20	Klein	9,424	0,1061
23,00	32,00	Groß	9,381	0,1066
23,00	32,00	Klein	9,337	0,1071

5 Leistungsregelung

Die Spannungsregelung ermöglicht es nicht, die nach einem Lastsprung zusätzlich benötigte Leistung auf die Umrichter aufzuteilen. Die in Abbildung 4.13 dargestellten Verläufe der eingespeisten Wirk- und Blindleistungen bei einer Laständerung im spannungsgeregelten Microgrid zeigen, dass der dritte Umrichter die mit Abstand meiste Wirkleistung einspeist, nachdem die Leistungsnachfrage an der zweiten Last erhöht wurde. Dies lässt sich damit erklären, dass der dritte Umrichter der zweiten Last am nächsten ist, vgl. Abbildung 2.1. Ein solches Verhalten kann leicht dazu führen, dass einzelne Umrichter überlastet werden und die Strombegrenzung der überlasteten Umrichter eingreift. Auch könnte eine überproportionale Belastung eines Umrichters in der Realität mittelfristig dazu führen, dass die hier nicht modellierte DC-Seite des Umrichters die benötigte Leistung nicht mehr zur Verfügung stellen kann. Diese Situationen gilt es zu vermeiden, weshalb der Spannungsregelung eine Leistungsregelung überlagert wird, um die von den Lasten benötigte Leistung auf vorgebbare Weise auf die Umrichter zu verteilen. Dieses bereits in der Einführung in Abschnitt 1.5.2 diskutierte Regelziel wird Leistungsaufteilung genannt und erfordert eine gewisse Koordination der Umrichter untereinander.

Um diese Koordination der Umrichter innerhalb des Microgrids zu ermöglichen, wird angenommen, dass ein Microgrid-Controller mit den Umrichtern kommuniziert und das Microgrid überwacht. Dem Microgrid-Controller sei auch das Modell der Stromleitungen bekannt, sodass er die Regler für das Microgrid zentral auslegen und die Reglerparameter der Leistungsregelung den Umrichtern vorgeben kann. Ändert sich die Situation im Microgrid, bspw. weil sich ein Umrichter vom Microgrid trennt, prüft der Microgrid-Controller, ob die Anforderungen an die Microgrid-dynamik weiterhin erfüllt sind. Sollten die Anforderungen in der neuen Situation nicht mehr erfüllt sein, entwirft der Microgrid-Controller neue Reglerparameter und weist sie den Umrichtern zu.

Die Leistungsregelung wird in die dezentrale Primärregelung und in die aus Sicht eines Microgrids zentrale Sekundärregelung unterteilt. Wie in der Einführung bereits anhand von Abbildung 1.5 diskutiert, werden die grundlegenden Regelziele von der Primärregelung und die weniger zeitkritischen Regelziele von der Sekundärregelung umgesetzt.

In diesem Kapitel wird im ersten Abschnitt die Modellierung des Umrichternetzes zu Zwecken der Diskussion der Leistungsregelung durchgeführt. Der zweite Abschnitt handelt von der Primärregelung und im dritten Abschnitt wird die Sekundärregelung diskutiert. Es wird in diesem Kapitel immer von einem Microgrid im Inselmodus ausgegangen, wobei der Anschlusspunkt allerdings als Lastknoten modelliert wird, um den Übergang zu Microgrid-Verbundnetzen im nächsten Kapitel zu vereinfachen.

5.1 Modellierung

5.1.1 Nichtlineares Streckenmodell

Um die Argumentation bei der Modellierung des Umrichteretzes für die Betrachtung der Leistungsregelung zu veranschaulichen, zeigt Abbildung 5.1 ein Blockschaltbild mit Spannungs- und primärer Leistungsregelung. Die Leistungsregelung berechnet auf Basis der in das Netz eingespeisten Leistungen $p_{\mathcal{E}_s^i}, q_{\mathcal{E}_s^i}$ den Referenzwert für die Spannungsregelung

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\mathcal{I}_c^i} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_{\mathcal{I}_c^i, d} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{\mathcal{I}_c^i} \\ 0 \end{bmatrix}$$

sowie die Winkelgeschwindigkeit $\omega_{\mathcal{I}_c^i}$ des Transformationswinkels $\delta_{\mathcal{I}_c^i}$ der Transformation in Umrichterkoordinaten. Die Leistungsregelung wird, wie später ausführlicher diskutiert, durch PT1-Filterung der Messungen $p_{\mathcal{E}_s^i}, q_{\mathcal{E}_s^i}$ deutlich langsamer gemacht als die Spannungsregelung. Daher kann bei Betrachtung der Leistungsregelung angenommen werden, dass die transienten Vorgänge der Spannungsregelung zu jeder Zeit bereits abgeklungen sind. Da die Spannungsregelung aufgrund des I-Anteils stationär genau ist, kann aus Sicht der Leistungsregelung $\tilde{\mathbf{u}}_{\mathcal{I}_c^i} = \mathbf{u}_{\mathcal{I}_c^i}$ angenommen werden. Somit kann zur Diskussion der Leistungsregelung in Abbildung 5.1 die Modellierung von LC-Filter und Spannungsregelung entfallen. Mit der gleichen Argumentation kann auch die Dynamik der Stromleitungen vernachlässigt werden, sodass statt eines dynamischen Leitungsmodells die in Abschnitt 2.5.5 hergeleiteten algebraischen Lastflussgleichungen verwendet werden können, die bereits in Umrichter- und Lastkoordinaten formuliert sind. Mit dieser Argumentation kann das in Abbildung 5.1 gezeigte Blockschaltbild zur Betrachtung der Leistungsregelung zu dem in Abbildung 5.2 gezeigten Blockschaltbild vereinfacht werden, wobei die Lastflussgleichungen durch die Funktionen $\mathbf{f}_{p, \mathcal{E}_s}, \mathbf{f}_{p, \mathcal{L}}, \mathbf{f}_{q, \mathcal{E}_s}, \mathbf{f}_{q, \mathcal{L}}$ dargestellt sind.

Anders als bei der Diskussion der Spannungsregelung werden die Lasten zur Behandlung der Leistungsregelung nicht mehr durch Impedanzen gegen Erde modelliert. Stattdessen werden die von den Lasten benötigten Leistungen $\mathbf{p}_{\mathcal{L}}, \mathbf{q}_{\mathcal{L}}$ als Systemeingänge aufgefasst, vgl. Abbildung 5.2. Zwar sind Impedanzen gegen Erde auch bei der Betrachtung der Leistungsregelung übliche Lastmodelle, e. g. [43, 56], allerdings muss eine Laständerung dann durch eine Änderung der Lastimpedanz und damit durch eine Änderung der Modellgleichungen erfolgen. Da die Leistung der Last dann von der Spannung am Lastknoten abhängt, ist eine genaue Leistungsvorgabe über Lastimpedanzen nicht möglich. Die Modellierung der Laständerung als Störeingriff erlaubt dahingegen eine genaue Vorgabe der Leistungsabnahme sowie eine unmittelbare Berücksichtigung derselben im Reglerentwurf, da diese dann als Signale vorliegen. Diese Vorteile werden allerdings durch das Hinzufügen algebraischer Modellgleichungen erkauft: Mit der in Abbildung 5.2 gezeigten Aufteilung der Lastflussgleichungen ergibt sich als Lastmodell

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}_{p, \mathcal{L}}(\delta_{\mathcal{I}_c}, \delta_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) - \mathbf{p}_{\mathcal{L}} = \mathbf{f}_{p, \mathcal{L}}(\varphi_{\tilde{\mathcal{I}_c}}, \varphi_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) - \mathbf{p}_{\mathcal{L}} \quad (5.1a)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}_{q, \mathcal{L}}(\delta_{\mathcal{I}_c}, \delta_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) - \mathbf{q}_{\mathcal{L}} = \mathbf{f}_{q, \mathcal{L}}(\varphi_{\tilde{\mathcal{I}_c}}, \varphi_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) - \mathbf{q}_{\mathcal{L}}, \quad (5.1b)$$

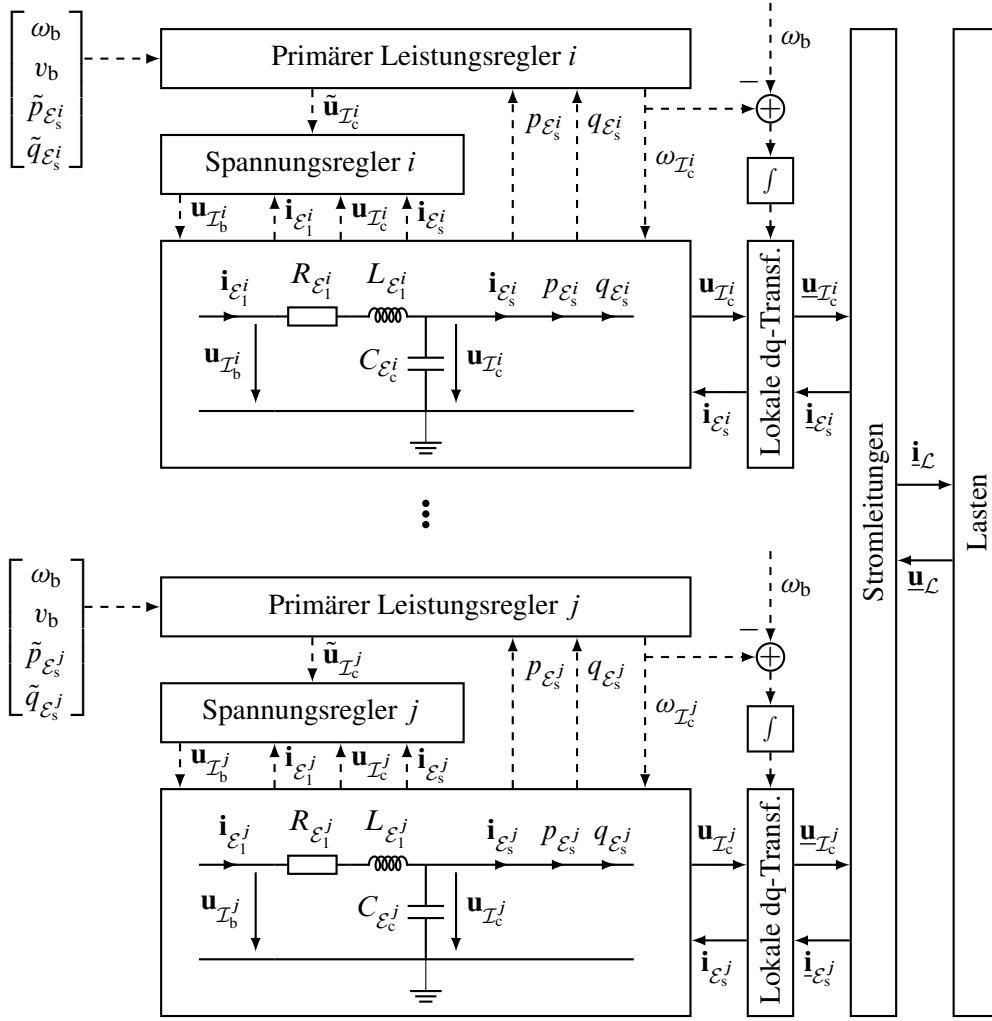


Abbildung 5.1: Blockschaltbild mit Spannungs- und primärer Leistungsregelung

wobei die Relativwinkel $\varphi_i = \delta_i - \delta_{\mathcal{I}_c^1}$ gemäß (2.30) verwendet wurden und daher wegen $\varphi_{\mathcal{I}_c^1} = 0$ die Menge $\tilde{\mathcal{I}}_c = \mathcal{I}_c \setminus \mathcal{I}_c^1$ eingeführt wurde. Die Integratoren im Blockschaltbild lassen sich in

$$\dot{\delta}_{\tilde{\mathcal{I}}_c} = \omega_{\mathcal{I}_c} \quad \Rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\tilde{\mathcal{I}}_c} = \begin{bmatrix} -\mathbf{1}_{|\tilde{\mathcal{I}}_c|} & \mathbf{I}_{|\tilde{\mathcal{I}}_c|} \end{bmatrix} \omega_{\mathcal{I}_c} \quad (5.2)$$

zusammenfassen. Gemessen werden die von den Umrichtern eingespeisten Leistungen

$$\mathbf{p}_{\mathcal{E}_s} = \mathbf{f}_{p,\mathcal{E}_s}(\delta_{\mathcal{I}_c}, \delta_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) = \mathbf{f}_{p,\mathcal{E}_s}(\boldsymbol{\varphi}_{\tilde{\mathcal{I}}_c}, \boldsymbol{\varphi}_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) \quad (5.3a)$$

$$\mathbf{q}_{\mathcal{E}_s} = \mathbf{f}_{q,\mathcal{E}_s}(\delta_{\mathcal{I}_c}, \delta_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) = \mathbf{f}_{q,\mathcal{E}_s}(\boldsymbol{\varphi}_{\tilde{\mathcal{I}}_c}, \boldsymbol{\varphi}_{\mathcal{L}}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}). \quad (5.3b)$$

Die Differentialgleichungen der Relativwinkel (5.2), die algebraischen Gleichungen der Lasten (5.1) und die Ausgangsgleichungen (5.3) bilden gemeinsam ein nichtlineares differenzial-algebraisches System

$$\dot{\mathbf{x}}_N = \mathbf{f}(\mathbf{u}_N) \quad (5.4a)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_N, \mathbf{u}_N, \mathbf{d}_N, \mathbf{z}_N) \quad (5.4b)$$

$$\mathbf{y}_N = \mathbf{h}(\mathbf{x}_N, \mathbf{u}_N, \mathbf{z}_N), \quad (5.4c)$$

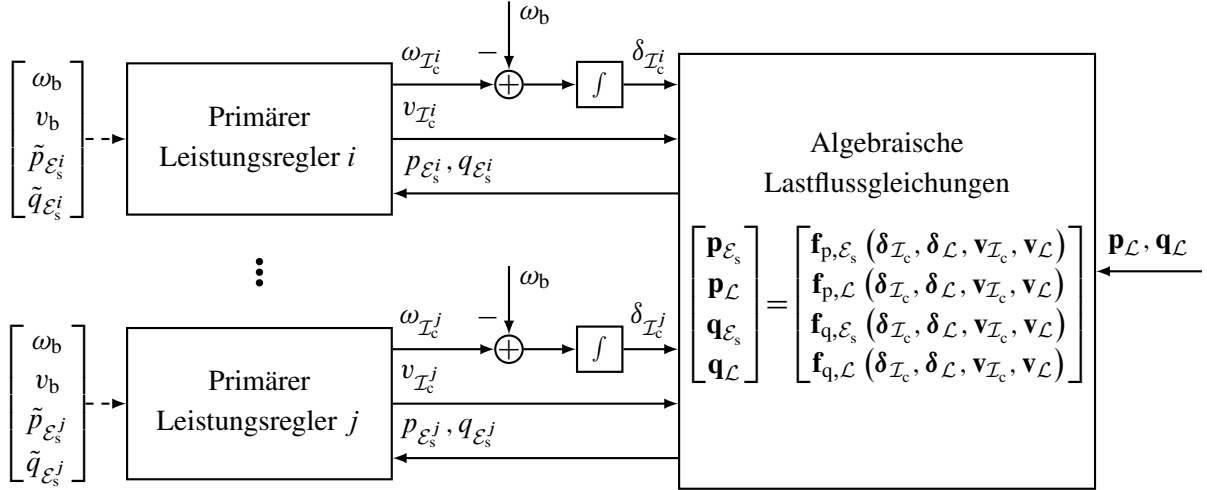


Abbildung 5.2: Blockschaltbild der primären Leistungsregelung und der für die Diskussion der Leistungsregelung vereinfachten Regelstrecke

das für die Diskussion der Leistungsregelung als Regelstrecke herangezogen wird. Dabei ist

- $\mathbf{x}_N = \boldsymbol{\varphi}_{\tilde{T}_c}$ der Zustandsvektor,
- $\mathbf{u}_N = \text{col}(\omega_{Tc}, \mathbf{v}_{Tc})$ der Stellgrößenvektor,
- $\mathbf{z}_N = \text{col}(\boldsymbol{\varphi}_L, \mathbf{v}_L)$ der Vektor der Koppelgrößen,
- $\mathbf{d}_N = \text{col}(\mathbf{p}_L, \mathbf{q}_L)$ der Störgrößenvektor und
- $\mathbf{y}_N = \text{col}(\mathbf{p}_{\varepsilon}, \mathbf{q}_{\varepsilon})$ der Vektor der Ausgangsgrößen.

5.1.2 Lineares Streckenmodell

Durch Linearisierung des in (5.4) angegebenen nichtlinearen Microgridmodells kann ein gewöhnliches, lineares Zustandsraumsystem gewonnen werden. Dazu werden erst die algebraischen Gleichungen (5.4b) um den durch $\mathbf{x}_N^o, \mathbf{u}_N^o, \mathbf{d}_N^o$ und \mathbf{z}_N^o gekennzeichneten Arbeitspunkt linearisiert

$$\mathbf{0} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}_N} \right|_o \Delta \mathbf{x}_N + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}_N} \right|_o \Delta \mathbf{u}_N + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{d}_N} \right|_o \Delta \mathbf{d}_N + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}_N} \right|_o \Delta \mathbf{z}_N$$

und die resultierende Gleichung nach den Koppelgrößen umgestellt

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{z}_N &= - \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}_N} \right|_o^{-1} \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}_N} \right|_o \Delta \mathbf{x}_N - \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}_N} \right|_o^{-1} \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}_N} \right|_o \Delta \mathbf{u}_N - \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}_N} \right|_o^{-1} \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{d}_N} \right|_o \Delta \mathbf{d}_N \\ &= \mathbf{Q} \Delta \mathbf{x}_N + [\mathbf{0} \quad \mathbf{R}_2] \begin{bmatrix} \Delta \omega_{Tc} \\ \Delta \mathbf{v}_{Tc} \end{bmatrix} + \mathbf{S} \Delta \mathbf{d}_N \\ &= \mathbf{Q} \Delta \mathbf{x}_N + \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}_N + \mathbf{S} \Delta \mathbf{d}_N. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Die dabei vorkommende Inverse von Teilen der Jacobi-Matrix der Lastflussgleichungen existiert, so lange die Stromleitungen nicht an ihrer physikalischen Grenze betrieben werden [75]. Linearisierung der Zustands- und Ausgangsgleichungen von (5.4) und Einsetzen von (5.5) ergibt

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_N = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}_N} \right|_o \Delta \mathbf{u}_N = [\mathbf{B}_{N,1} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \Delta \omega_{\mathcal{I}_c} \\ \Delta \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_N \Delta \mathbf{u}_N$$

sowie

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{y}_N &= \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}_N} \right|_o \Delta \mathbf{x}_N + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}_N} \right|_o \Delta \mathbf{u}_N + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{z}_N} \right|_o \Delta \mathbf{z}_N \\ &= \left(\left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}_N} \right|_o + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{z}_N} \right|_o \mathbf{Q} \right) \Delta \mathbf{x}_N + \left(\left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}_N} \right|_o + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{z}_N} \right|_o \mathbf{R} \right) \Delta \mathbf{u}_N + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{z}} \right|_o \mathbf{S} \Delta \mathbf{d}_N \\ &= \mathbf{C}_N \Delta \mathbf{x}_N + [\mathbf{0} \quad \mathbf{D}_{N,2}] \Delta \mathbf{u}_N + \mathbf{F}_N \Delta \mathbf{d}_N = \mathbf{C}_N \Delta \mathbf{x}_N + \mathbf{D}_N \Delta \mathbf{u}_N + \mathbf{F}_N \Delta \mathbf{d}_N. \end{aligned}$$

Damit kann das in (5.4) angegebene nichtlineare differenzial-algebraische Modell eines Energienetzes nach Linearisierung durch das gewöhnliche Zustandsraumsystem

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_N = [\mathbf{B}_{N,1} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \Delta \omega_{\mathcal{I}_c} \\ \Delta \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_N \Delta \mathbf{u}_N \quad (5.6a)$$

$$\Delta \mathbf{y}_N = \mathbf{C}_N \Delta \mathbf{x}_N + [\mathbf{0} \quad \mathbf{D}_{N,2}] \begin{bmatrix} \Delta \omega_{\mathcal{I}_c} \\ \Delta \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c} \end{bmatrix} + \mathbf{F}_N \Delta \mathbf{d}_N = \mathbf{C}_N \Delta \mathbf{x}_N + \mathbf{D}_N \Delta \mathbf{u}_N + \mathbf{F}_N \Delta \mathbf{d}_N \quad (5.6b)$$

beschrieben werden.

5.2 Primäre Leistungsregelung

Bereits in Abbildung 5.2 wurde das Blockschaltbild des primärgeregelten Umrichteretzes gezeigt. Die dezentrale primäre Leistungsregelung soll eine approximative Leistungsaufteilung implementieren und dabei die Stellgrößen, die sich aus den Frequenzen und Spannungsbeträgen an den Filterkapazitäten zusammensetzen, nur innerhalb vorgegebener Intervalle variieren. In dieser Arbeit wird bei Behandlung der Leistungsregelung von der Prämisse ausgegangen, dass das Leitungsmodell innerhalb eines Microgrids bekannt ist und die Leistungsregler daher zentral ausgelegt werden können. Dadurch kann das Regelziel der Leistungsaufteilung, welches eine gewisse Koordination der Umrichter erfordert, gezielt umgesetzt werden.

5.2.1 Trennung der Zeitkonstanten durch Messfilter

Um die Primärregelung von der unterlagen Spannungsregelung zeitlich zu trennen und damit die in Abschnitt 5.1 beschriebene Modellierung zu ermöglichen, werden die gemessenen Wirk- und Blindleistungen durch Verzögerungsglieder erster Ordnung gefiltert

$$\dot{\mathbf{p}}_m = \left\langle \tau_{mp}^{o(-1)} \right\rangle (\mathbf{p}_{\mathcal{E}_s} - \mathbf{p}_m) \quad (5.7a)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_m = \left\langle \tau_{mq}^{o(-1)} \right\rangle (\mathbf{q}_{\mathcal{E}_s} - \mathbf{q}_m), \quad (5.7b)$$

bevor sie im eigentlichen Regelgesetz der Leistungsregelung verwendet werden. Die ersten Freiheitsgrade beim Entwurf der Leistungsregelung sind somit durch die Einträge der Vektoren τ_{mp} und τ_{mq} gegeben, die den Filter-Zeitkonstanten entsprechen. Diese dürfen nicht zu klein gewählt werden, damit Spannungs- und Leistungsregelung voneinander getrennt betrachtet werden können. Würden unendlich große Filterzeitkonstanten gewählt, so wäre die Leistungsregelung abgeschaltet und es bestünde keine Möglichkeit, das Ziel der Leistungsaufteilung zu verfolgen. Dafür würden Frequenz und Spannungsbeträge an den Umrichter-knoten immer den Nominalwerten entsprechen. Dies zeigt, dass beim Entwurf der dezentralen Leistungsregelung ein Kompromiss zwischen Leistungsaufteilung, Frequenz- und Spannungsstabilität eingegangen werden muss.

In diesem Kontext wird viel über virtuelle Trägheit diskutiert [103]. Dahinter steht die Idee, das Trägheitsverhalten von Synchronmaschinen mit Umrichtern nachzubilden. In [72] wurde gezeigt, dass in den üblicherweise verwendeten Modellen durch entsprechende Wahl der Reglerparameter beliebige Trägheiten der Synchronmaschinen nachgebildet werden können. Eine höhere virtuelle Trägheit geht dabei mit größeren Zeitkonstanten der Verzögerungsglieder in (5.7) und kleineren Reglerverstärkungen einher. Genauer diskutiert wurde diese Thematik auch in [41]. Die Frage nach der optimalen virtuellen Trägheit ähnelt somit sehr der Kompromissfindung zwischen Leistungsaufteilung und Frequenz- und Spannungsstabilität. Allerdings ist die Formulierung dieses Kompromisses über eine virtuelle Trägheit weniger fassbar als eine direkte Formulierung der gewünschten Leistungsaufteilung und der erlaubten Intervalle für Frequenz und Spannung. Daher wird die Thematik der virtuellen Trägheiten in dieser Arbeit nicht weiter vertieft.

5.2.2 Struktur der primären Leistungsregelung

Es kommen viele verschiedene Reglerstrukturen bei der primären Leistungsregelung zum Einsatz. Einen guten Überblick gibt [35]. Mit Abstand am häufigsten werden jedoch Droop-Regelungen

$$\omega_i = \omega_b + k_{p\omega,i} (p_{m,i} - \tilde{p}_i) , \quad (5.8a)$$

$$v_i = u_b + k_{qv,i} (q_{m,i} - \tilde{q}_i) , \quad i \in \mathcal{I}_c \quad (5.8b)$$

und Variationen derselben verwendet [35, 37], bei denen es sich um proportionale Rückführungen handelt. Diese Arbeit beschränkt sich auf solche proportionale Rückführungen. Bei der Droop-Regelung in (5.8) wird die Wirkleistung $p_{m,i}$ auf die Frequenz ω_i und die Blindleistung $q_{m,i}$ auf die Spannungsamplitude v_i zurückgeführt. Die Droop-Regelung wurde bei dem Versuch entwickelt, die Kraftwerksregelung auf Umrichter zu übertragen [113]. Sie ist insbesondere für Hochspannungsnetze gut geeignet, denn bei diesen dominieren die Leitungsreaktanzen die Leitungswiderstände, sodass in den Lastflussgleichungen (2.29) die Wirkleistung hauptsächlich von den Winkeldifferenzen und die Blindleistung von den Spannungsamplituden abhängen. Kann diese Entkopplung der Lastflüsse angenommen werden, vereinfachen sich die Zusammenhänge erheblich, was bspw. bei *fast power flow algorithms* ausgenutzt wird [28]. Auch systemdynamische Betrachtungen basieren häufig auf ähnlichen vereinfachenden Annahmen, e. g. [18, 90, 98].

Auf der Niederspannungsebene dominieren die Widerstände die Reaktanzen, sodass sich im Vergleich zur Hochspannungsebene umgekehrte Verhältnisse ergeben. Dann hängt die Wirkleistung

hauptsächlich von den Spannungsbeträgen und die Blindleistung von den Spannungswinkeln ab. Um dies im Regelgesetz abzubilden, wurde die Verwendung einer inversen Droop-Regelung

$$\begin{aligned}\omega_i &= \omega_b + k_{q\omega,i} (q_{m,i} - \tilde{q}_i) , \\ v_i &= u_b + k_{pv,i} (p_{m,i} - \tilde{p}_i) , \quad i \in \mathcal{I}_c\end{aligned}$$

vorgeschlagen [21, 22].

Unter der Annahme, dass alle Leitungen das gleiche Widerstand-zu-Reaktanz-Verhältnis aufweisen, können auch in Abhängigkeit der Leitungsparameter transformierte Leistungen für die Regelung genutzt werden und so eine Entkopplung der Gleichungen herbeigeführt werden, e. g. [98]. Oft wird durch einen weiteren Regelkreis auch eine virtuelle Ausgangsimpedanz hinzugefügt [36, 39]. Diese kann dann so gewählt werden, dass sie die Leitungsimpedanzen dominiert, sodass die Lastflussgleichungen aus Sicht der Droop-Regelung geformt werden können. Diese virtuelle Ausgangsimpedanz kann am einfachsten in den Spannungsregler integriert werden, vgl. [45]. In Kombination mit der bereits beschriebenen Transformation der Leistungen in Abhängigkeit des Widerstand-zu-Reaktanz-Verhältnisses ist dieser Ansatz gut dazu geeignet, die Weiterverwendung der konventionellen Droop-Regelung (5.8) auch auf Mittel- und Niederspannungsnetzen zu ermöglichen.

Da in dieser Arbeit aber von der Möglichkeit eines zentralen Entwurfs der dezentralen Primärregler ausgegangen wird, wird stattdessen eine allgemeinere Regelungsstruktur

$$\omega_i = \omega_b + k_{p\omega,i} (p_{m,i} - \tilde{p}_i) + k_{q\omega,i} (q_{m,i} - \tilde{q}_i) , \quad (5.9a)$$

$$v_i = u_b + k_{pv,i} (p_{m,i} - \tilde{p}_i) + k_{qv,i} (q_{m,i} - \tilde{q}_i) , \quad i \in \mathcal{I}_c \quad (5.9b)$$

angesetzt [40], um die Verkopplungen der Lastflussgleichungen auch im Regelgesetz abzubilden.

5.2.3 Entwurf der primären Leistungsregelung

Bei Niederspannungsnetzen sind die Beträge der Admittanzen zwischen den einzelnen Knoten groß, sodass in der Regel nur kleine Variationen in den Spannungsamplituden und Spannungswinkeln vorkommen [40]. Daher ist es insbesondere auf der Niederspannungsebene gerechtfertigt, ein linearisiertes Modell (5.6) für den Reglerentwurf heranzuziehen. Die Linearisierung erfolgt um einen Leistungsfluss herum, der aus einer der Leistungsregelung übergeordneten Energiemanagement-Ebene stammen könnte, vgl. bspw. [30, 110]. Existiert eine solche Ebene nicht, oder wird sie wie in dieser Arbeit nicht betrachtet, bietet es sich stattdessen an, um das *flache Spannungsprofil*

$$\text{col}(\boldsymbol{\varphi}_{\tilde{\mathcal{I}}_c}, \boldsymbol{\varphi}_{\mathcal{L}}) = \mathbf{0}, \quad \text{col}(\mathbf{v}_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{L}}) = \mathbf{1}u_b$$

herum zu linearisieren. Da nur kurze Leitungen modelliert wurden, vgl. Abschnitt 2.5.1, existieren im Leitungsmodell keine Impedanzen gegen Erde, sodass die Admittanzmatrix (2.18) eine Laplace-Matrix ist. Als solche hat die Admittanzmatrix den Eigenvektor $\mathbf{1}$ zum Eigenwert 0, vgl. [73]. Somit sind sowohl die Zeilensummen der Konduktanzmatrix \mathbf{G} als auch die Zeilensummen

der Suszeptanzmatrix \mathbf{B} null: $\mathbf{G} \cdot \mathbf{1} = \mathbf{0}$ und $\mathbf{B} \cdot \mathbf{1} = \mathbf{0}$. Damit ergibt sich aus den Lastflussgleichungen (2.31), dass die Knotenleistungen beim flachen Spannungsprofil alle null sind.

Für den Entwurf der Primärregelung wird das um das flache Spannungsprofil herum linearisierte Netzmodell (5.6) zugrunde gelegt. Im Folgenden wird das Δ zugunsten einer übersichtlicheren Notation weggelassen. Die Regelstrecke lautet somit

$$\dot{\mathbf{x}}_N = \mathbf{B}_N \mathbf{u}_N \quad (5.10a)$$

$$\mathbf{y}_N = \mathbf{C}_N \mathbf{x}_N + \mathbf{D}_N \mathbf{u}_N + \mathbf{F}_N \mathbf{d}_N. \quad (5.10b)$$

Für die Primärregelung wird die Reglerstruktur (5.9) angesetzt. Zusammen mit den Filtergleichungen (5.7) und dem Filterzustand $\mathbf{x}_p = \text{col}(\mathbf{p}_m, \mathbf{q}_m)$ ergibt sich so ein dynamischer, strukturbeschränkter Regler

$$\dot{\mathbf{x}}_p = - \begin{bmatrix} \langle \tau_{mp}^{o(-1)} \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \langle \tau_{mq}^{o(-1)} \rangle \end{bmatrix} \mathbf{x}_p + \begin{bmatrix} \langle \tau_{mp}^{o(-1)} \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \langle \tau_{mq}^{o(-1)} \rangle \end{bmatrix} \mathbf{y}_N = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{y}_N \quad (5.11a)$$

$$\mathbf{y}_p = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{k}_{p\omega} \rangle & \langle \mathbf{k}_{q\omega} \rangle \\ \langle \mathbf{k}_{pv} \rangle & \langle \mathbf{k}_{qv} \rangle \end{bmatrix} \mathbf{x}_p = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p, \quad (5.11b)$$

der für die Strecke (5.10) auszulegen ist. Auf die Stellgröße \mathbf{u}_N werden im Verlauf der Arbeit neben der Primärregelung noch die Sekundärregelung und die Anschlusspunktregelung einwirken. Die Sekundärregelung wird mit Index s und die Anschlusspunktregelung mit Index a gekennzeichnet, sodass für die Stellgröße an dieser Stelle

$$\mathbf{u}_N = \mathbf{y}_p + \mathbf{y}_s + \mathbf{y}_a = \mathbf{y}_p + \mathbf{y}_{sa}$$

angesetzt und der Kreis bestehend aus Strecke (5.10) und Primärregler (5.11) geschlossen werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{y}_N \\ \mathbf{B}_N \mathbf{u}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p (\mathbf{C}_N \mathbf{x}_N + \mathbf{D}_N \mathbf{u}_N + \mathbf{F}_N \mathbf{d}_N) \\ \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_N \mathbf{y}_{sa} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N \\ \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d}_N. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Um die Parameter der Primärregelung zentral zu entwerfen, wird ähnlich vorgegangen wie bspw. in [31, 40, 41]. Erst wird die Leistungsaufteilung über die Vektoren

$$\mathbf{p}_m^\Delta = \begin{bmatrix} -\mathbf{1} & \mathbf{I}_{|\mathcal{E}_s|-1} \end{bmatrix} \mathbf{p}_m = \mathbf{T}^\Delta \mathbf{p}_m \quad (5.13a)$$

$$\mathbf{q}_m^\Delta = \begin{bmatrix} -\mathbf{1} & \mathbf{I}_{|\mathcal{E}_s|-1} \end{bmatrix} \mathbf{q}_m = \mathbf{T}^\Delta \mathbf{q}_m \quad (5.13b)$$

erfasst. Dann werden die Performance-Eingänge \mathbf{d}_w und Performance-Ausgänge \mathbf{y}_w

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_w &= \mathbf{W}_d(s)^{-1} \cdot \mathbf{d}_N \\ \mathbf{y}_w &= \mathbf{W}_y(s) \cdot \text{col}(\mathbf{p}_m^\Delta, \mathbf{q}_m^\Delta, \omega_{\mathcal{I}_c}, \mathbf{v}_{\mathcal{I}_c \cup \mathcal{L}}) \end{aligned}$$

definiert, wobei $\mathbf{W}_d(s)$ und $\mathbf{W}_y(s)$ frequenzabhängige Gewichtsfunktionen sind, mit denen die Pfade zwischen \mathbf{d}_w und \mathbf{y}_w gegeneinander gewichtet werden können. Zur Bestimmung der Reglerparameter wird die H_∞ -Norm der Übertragungsfunktion von den Performance-Eingängen \mathbf{d}_w zu

den Performance-Ausgängen \mathbf{y}_w minimiert, wobei die Stellsignale der überlagerten Regelungen \mathbf{y}_{sa} unberücksichtigt bleiben. Wird von der Gewichtung durch $\mathbf{W}_d(s)$ und $\mathbf{W}_y(s)$ abgesehen, wird auf diese Weise der größtmögliche Einfluss einer Laständerung \mathbf{d}_N auf die Leistungsaufteilung $\mathbf{p}_m^\Delta, \mathbf{q}_m^\Delta$, die Frequenzen $\omega_{\mathcal{I}_c}$ und die Spannungsbeträge $\mathbf{v}_{\mathcal{I}_c \cup \mathcal{L}}$ minimiert. Für eine detailliertere Beschreibung des Vorgehens und eine Diskussion einiger bei der Wahl der Gewichtsfunktionen einfließenden Überlegungen wird auf [40, 41] verwiesen. Die beschriebene Minimierung der H_∞ -Norm wird mit Beschränkungen an die Lage der Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises kombiniert. Der Entwurf wird mit der Matlab-Funktion *systune* durchgeführt. Durch eine Anpassung der Definition von \mathbf{p}_m^Δ und \mathbf{q}_m^Δ kann eine beliebige lineare Leistungsaufteilung zwischen den Umrichtern angestrebt werden. Exakte Leistungsaufteilung von gleichzeitig Wirk- und Blindleistung ist durch die Primärregelung jedoch nicht umsetzbar.

5.2.4 Reglerentwurf und Simulation am Beispielsystem

Zur Veranschaulichung wird wieder das in Abbildung 2.1 dargestellte Microgrid herangezogen, wobei der Anschlussknoten \mathcal{C} als erster Lastknoten modelliert wird. Die Parameter des Netzes wurden bereits in Tabelle 4.1 angegeben. Der Reglerentwurf wird im Per Unit-System mit den Bezugswerten $u_b = 400$ V, $s_b = 16$ kVA und $f_b = 50$ Hz durchgeführt, vgl. Abschnitt 2.2.1. Die Zeitkonstanten der Messfilter dürfen wegen der Separation der Zeitkonstanten zur Spannungsregelung nicht zu klein werden. Daher wird der in [84] für die Zeitkonstanten verwendete Wert

$$\tau_{mp,i} \geq \frac{10}{\omega_b}, \quad \tau_{mq,i} \geq \frac{10}{\omega_b}$$

als untere Grenze festgelegt. Es wird angenommen, dass jede Last bis zu 1 p. u. Wirk- und bis zu 0,2 p. u. Blindleistung beziehen kann. Außerdem soll für die Frequenz $\omega_{\mathcal{I}_c} \in [47,5 \text{ Hz}, 52,5 \text{ Hz}]$ und für die Spannung $\mathbf{v}_{\mathcal{I}_c} \in [380 \text{ V}, 420 \text{ V}]$ gelten. Die Gewichtsfunktionen $\mathbf{W}_d(s)$ und $\mathbf{W}_y(s)$ werden in Abhängigkeit der erwarteten Lastsituationen und der erlaubten Intervalle der Stellgrößen gewählt, vgl. [40, 41]. So ergeben sich die in Tabelle 5.1 angegebenen Reglerparameter in bezogenen Größen. In Abbildung 5.3 sind die Ergebnisse einer Simulation des Netzes gezeigt. Beim Simulationsstart beziehen die Lasten noch keine Leistung. Zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s springt die von Last 3 (Knoten 12) verbrauchte Wirkleistung auf 1 p. u. $\hat{=} 16$ kW und zum Zeitpunkt $t = 0,6$ s wieder auf null. Den Simulationen in Abbildung 4.13 liegt ebenfalls die Simulation eines Lastsprungs um ca. 16 kW an Knoten 12 zugrunde, sodass beide Abbildungen gut miteinander verglichen werden können. Es fällt auf, dass die einzuspeisende Leistung zwischen den Umrichtern mit der Leistungsregelung deutlich besser aufgeteilt wird als nur mit der Spannungsregelung.

Tabelle 5.1: Reglerparameter der primären Leistungsregelung in p. u.

Umrichter i	$k_{p\omega,i}$	$k_{pv,i}$	$k_{q\omega,i}$	$k_{qv,i}$	$\tau_{mp,i}$	$\tau_{mq,i}$
1	0,0021	0,0084	-0,0066	0,1334	0,1076	0,0345
2	0,0217	-0,4218	-0,0836	1,7338	0,0318	0,1204
3	0,0064	-0,0178	-0,0037	0,0729	0,0318	0,0318

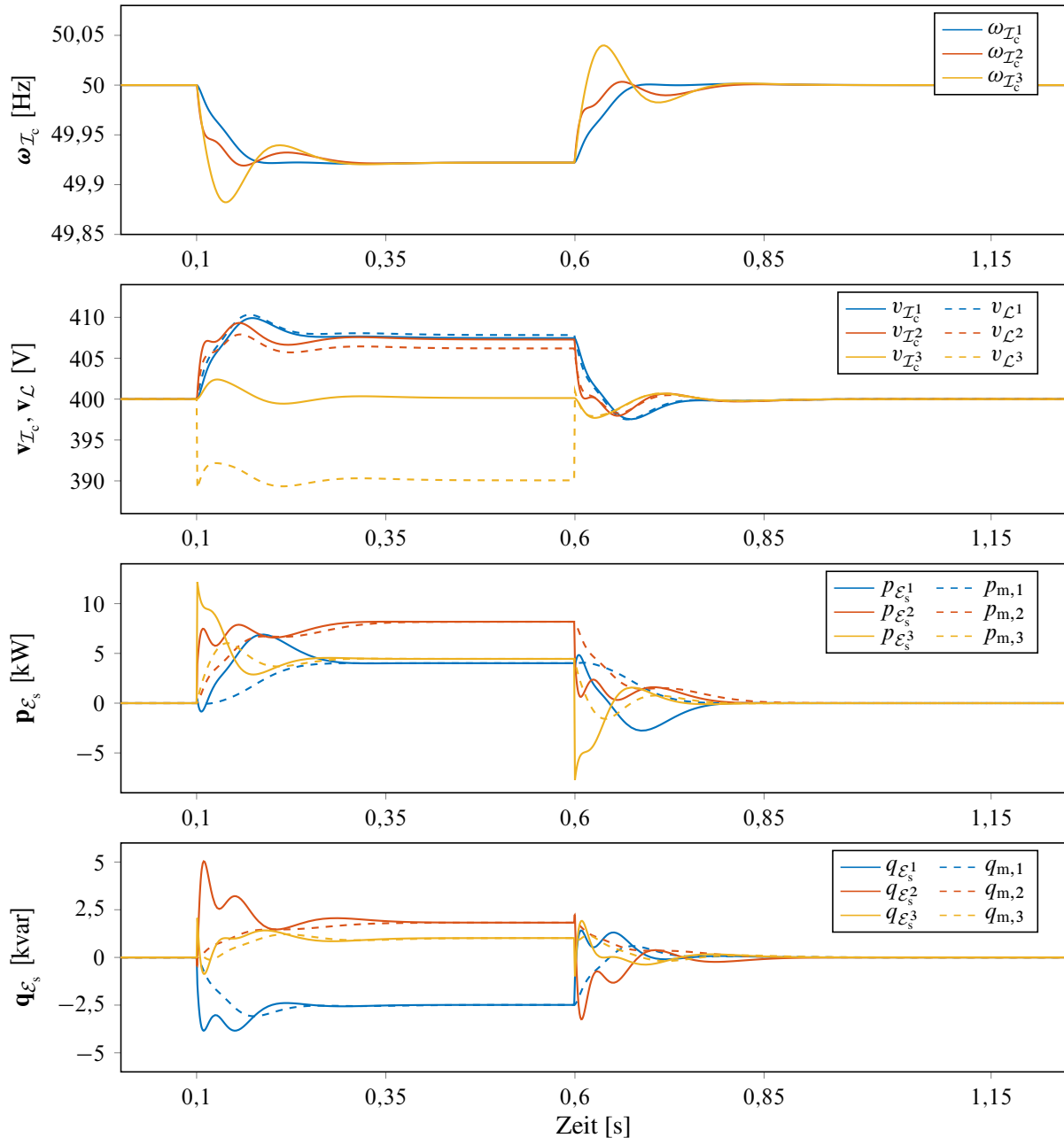


Abbildung 5.3: Lastsprung im primäreregelten Microgrid

Dafür werden die Spannungsbeträge und Frequenzen der Umrichter-knoten nicht mehr auf ihren Nominalwerten gehalten. Die Abweichungen von den Nominalwerten bewegen sich aber innerhalb der vorgesehenen Intervalle. Ein weiterer Anstieg der Gesamtlast würde jedoch zu einem weiteren Abfall der Frequenz führen. Verlässt die Last die beim Entwurf der Primärregelung angesetzten Intervalle, könnte auch die Frequenz den erlaubten Arbeitsbereich verlassen. Damit das System für einen erneuten Lastsprung besser gerüstet ist, soll die Frequenz daher wieder stationär auf 50 Hz geregelt werden. Dies ist durch eine dezentrale Regelung nur bedingt möglich, weshalb die stationär genaue Regelung der Frequenz stattdessen durch die übergeordnete Sekundärregelung umgesetzt wird, für die ein Informationsaustausch zwischen den Umrichtern hergestellt wird.

5.3 Sekundäre Leistungsregelung

Durch die primäre Leistungsregelung wird approximative Leistungsaufteilung umgesetzt, ohne dass die Grenzen für Frequenz und Spannung überschritten werden. Die Dezentralität der primären Leistungsregelung verhindert jedoch, dass die Regelziele stationär genau umgesetzt werden können. Daher wird die Sekundärregelung eingeführt, die eine exakte Leistungsaufteilung und stationäre Genauigkeit der Frequenzregelung erreichen soll und dazu auf die Messdaten unterschiedlicher Umrichter zugreift und deren Stellgrößen beeinflusst.

5.3.1 Übliche Ansätze zur Sekundärregelung

Es gibt eine Vielzahl von Ansätzen für die Sekundärregelung umrichterbasierter Netze. Eine einfache Sekundärregelung besteht darin, an einem Knoten k Frequenz und Spannung zu messen und die Stellgrößen der primären Leistungsregelungen um

$$\omega_{s,i} = k_{s,\omega} (\tilde{\omega} - \omega_k) + k_{s,i\omega} \int_0^t (\tilde{\omega} - \omega_k) d\tau, \quad (5.14a)$$

$$v_{s,i} = k_{s,v} (\tilde{v} - v_k) + k_{s,iv} \int_0^t (\tilde{v} - v_k) d\tau, \quad i \in \mathcal{I}_c \quad (5.14b)$$

zu ergänzen [35, 38, 107]. Während die Frequenz im stationären Arbeitspunkt überall gleich ist und daher durch diesen Ansatz stationär genau ausgeregelt wird, gilt dies nur für den Spannungsbetrag v_k am Messknoten k der Sekundärregelung. Statt eines zentralen I-Anteils wie in (5.14) werden auch dezentrale I-Anteile zur Sekundärregelung verwendet [69]. Durch diese einfachen Ansätze wird das Ziel der stationär genauen Leistungsaufteilung jedoch nicht umgesetzt.

Mittlerweile wurde viel an verteilten Regelungsansätzen für die Sekundärregelung geforscht [91, 95, 96, 98, 100]. Der Vorteil dieser Ansätze gegenüber dem zentralen I-Anteil ist, dass der Sekundärregler beim verteilten Ansatz auch dann funktioniert, wenn einzelne Bestandteile ausfallen. Dieser Vorteil relativiert sich jedoch in dem Szenario, von dem in dieser Arbeit ausgegangen wird. Die Aufteilung des Gesamtnetzes in Microgrids und die Möglichkeit, die Microgrids vom Verbundnetz zu trennen, bietet bereits einen guten Schutz gegen derartige Teilausfälle.

Mit der in dieser Arbeit getroffenen Annahme, dass jedes Microgrid einen Microgrid-Controller hat, der mit allen Umrichtern innerhalb des Microgrids kommuniziert und das Modell des Microgrids kennt, bietet es sich an, für jedes Microgrid einen Sekundärregler modellbasiert auszulegen. Für diese Situation wurde in [48, 49] eine Sekundärregelung entwickelt, die im Folgenden ausführlich diskutiert wird.

5.3.2 Sekundärregelung mittels Ausgangsregulierung

Der Anschlussknoten wird weiterhin als erster Lastknoten modelliert. Dem primärgeregelten Microgridmodell (5.12) werden die gefilterten Wirk- und Blindleistungen \mathbf{x}_p als Ausgang hinzuge-

fügt

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N \\ \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d}_N \quad (5.15a)$$

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_m \\ \mathbf{q}_m \end{bmatrix} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix}. \quad (5.15b)$$

Durch entsprechende Benennung der Matrizen und Vektoren folgt für (5.15) unter Berücksichtigung von $\mathbf{y}_{sa} = \mathbf{y}_s + \mathbf{y}_a$ die Schreibweise

$$\dot{\mathbf{x}}_{pN} = \mathbf{A}_{pN} \mathbf{x}_{pN} + \mathbf{B}_{pN} \mathbf{y}_s + \mathbf{B}_{pN} \mathbf{y}_a + \mathbf{E}_{pN} \mathbf{d}_N \quad (5.16a)$$

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{C}_{pN} \mathbf{x}_{pN}. \quad (5.16b)$$

Zusätzlich wird aus den Bestandteilen

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_m^\Delta \\ \mathbf{q}_m^\Delta \end{bmatrix} &\stackrel{(5.13)}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{T}^\Delta & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_m \\ \mathbf{q}_m \end{bmatrix} = (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{T}^\Delta) \mathbf{x}_p \\ \begin{bmatrix} \omega_\Sigma \\ v_\Sigma \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}^\top \omega_{\mathcal{I}_c} \\ \mathbf{1}^\top v_{\mathcal{I}_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}^\top & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1}^\top \end{bmatrix} (\mathbf{y}_p + \mathbf{y}_{sa}) = (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{1}^\top) \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p + (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{1}^\top) \mathbf{y}_{sa} \end{aligned}$$

der Performance-Ausgang

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_\Delta = \text{col}(\mathbf{p}_m^\Delta, \mathbf{q}_m^\Delta, \omega_\Sigma, v_\Sigma) &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{T}^\Delta & \mathbf{0} \\ (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{1}^\top) \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{1}^\top \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa} \\ &= \mathbf{C}_\Delta \mathbf{x}_{pN} + \mathbf{D}_\Delta \mathbf{y}_{sa} \end{aligned} \quad (5.17)$$

zusammengesetzt, der zu null geregelt werden soll

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{y}_\Delta \stackrel{!}{=} \mathbf{0}. \quad (5.18)$$

Durch das Ausregeln von $\mathbf{p}_m^\Delta, \mathbf{q}_m^\Delta$ wird stationär genaue Leistungsaufteilung umgesetzt. Wird stationär $\omega_\Sigma^0 = 0$ erzielt, folgt daraus $\omega_i^0 = 0$ für alle $i \in \mathcal{I}_c$, da im Arbeitspunkt alle Frequenzen gleich sein müssen. Damit erzielt das Ausregeln von ω_Σ stationär genaue Frequenzregelung. Schließlich wird durch das Ausregeln von v_Σ erreicht, dass der Durchschnitt der über die Filterkapazitäten \mathcal{I}_c abfallenden Spannungen gleich der Nominalspannung des Netzes ist.

Angenommen, die von den Lasten verbrauchte Leistung \mathbf{d}_N würde gemessen. Wären Matrizen \mathbf{F}_s und \mathbf{M}_s bekannt, die die Ausgangsregulierungsgleichungen

$$\mathbf{A}_{pN} \mathbf{M}_s + \mathbf{B}_{pN} \mathbf{F}_s + \mathbf{E}_{pN} = \mathbf{0} \quad (5.19a)$$

$$\mathbf{C}_\Delta \mathbf{M}_s + \mathbf{D}_\Delta \mathbf{F}_s = \mathbf{0} \quad (5.19b)$$

erfüllen, könnte die Aufschaltung

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{F}_s \mathbf{d}_N, \quad \mathbf{y}_a = \mathbf{0} \quad (5.20)$$

genutzt werden, um \mathbf{y}_Δ unter der Annahme $\dot{\mathbf{d}}_N = \mathbf{0}$ zu null zu regeln. Ausgangsregulierung wird bspw. in [51] ausführlich behandelt. Um davon unabhängig an dieser Stelle kurz nachzuvollziehen, dass die Aufschaltung (5.20) mit \mathbf{F}_s aus (5.19) tatsächlich (5.18) erzielt wird, wird \mathbf{y}_Δ bei Anwendung der Aufschaltung betrachtet

$$\mathbf{y}_\Delta \stackrel{(5.17)}{=} \mathbf{C}_\Delta \mathbf{x}_{pN} + \mathbf{D}_\Delta \mathbf{y}_{sa} \stackrel{(5.20)}{=} \mathbf{C}_\Delta \mathbf{x}_{pN} + \mathbf{D}_\Delta \mathbf{F}_s \mathbf{d}_N \stackrel{(5.19b)}{=} \mathbf{C}_\Delta (\mathbf{x}_{pN} - \mathbf{M}_s \mathbf{d}_N) = \mathbf{C}_\Delta \tilde{\mathbf{x}}_{pN}. \quad (5.21)$$

Dabei wurde die Zustandstransformation

$$\tilde{\mathbf{x}}_{pN} = \mathbf{x}_{pN} - \mathbf{M}_s \mathbf{d}_N$$

eingeführt, mit der sich für (5.16a) unter Berücksichtigung der Annahme $\dot{\mathbf{d}}_N = \mathbf{0}$ die Differenzialgleichung

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_{pN} &= \dot{\mathbf{x}}_{pN} = \mathbf{A}_{pN} \mathbf{x}_{pN} + \mathbf{B}_{pN} \mathbf{F}_s \mathbf{d}_N + \mathbf{E}_{pN} \mathbf{d}_N \\ &= \mathbf{A}_{pN} (\tilde{\mathbf{x}}_{pN} + \mathbf{M}_s \mathbf{d}_N) + \mathbf{B}_{pN} \mathbf{F}_s \mathbf{d}_N + \mathbf{E}_{pN} \mathbf{d}_N \\ &= \mathbf{A}_{pN} \tilde{\mathbf{x}}_{pN} + (\mathbf{A}_{pN} \mathbf{M}_s + \mathbf{B}_{pN} \mathbf{F}_s + \mathbf{E}_{pN}) \mathbf{d}_N \stackrel{(5.19a)}{=} \mathbf{A}_{pN} \tilde{\mathbf{x}}_{pN} \end{aligned} \quad (5.22)$$

ergibt. Da \mathbf{A}_{pN} als Systemmatrix des primärgeregelten Microgrids Hurwitz ist, folgt aus (5.22) schließlich $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{x}}_{pN} = \mathbf{0}$ und damit nach (5.21) auch $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{y}_\Delta = \mathbf{0}$.

5.3.3 Beobachtung des Einflusses der Lasten

In den seltensten Fällen dürfte es möglich sein, alle Leistungen an den Lastknoten \mathbf{d}_N zu messen. Daher wird die Verwendung eines Beobachters diskutiert. Dabei kann schon anhand der beispielhaften Topologie in Abbildung 5.4 plausibilisiert werden, dass die von den Lasten verbrauchten Leistungen \mathbf{d}_N im Regelfall nicht vollständig beobachtbar sind. Befinden sich in Abbildung 5.4 an Knoten 1 ein Umrichter und an Knoten 3 und 4 Lasten, so kommt es aus Sicht des Umrichters nur auf die von Knoten 1 zu Knoten 2 übertragene Leistung an. Für den Umrichter ist es unmöglich zu rekonstruieren, in welchem Ausmaß welche Last zur Gesamtlast beiträgt. Damit sind in diesem Beispiel die von den Lasten verbrauchten Leistungen nicht vollständig beobachtbar.

Um die Beobachtbarkeit der Lasten zu untersuchen, werden das primärgeregelte Microgrid (5.16) und das Lastmodell $\dot{\mathbf{d}}_N = \mathbf{0}$ zu einem erweiterten System zusammengesetzt. Mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_{pNd} = \text{col}(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_N, \mathbf{d}_N)$ ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{pNd} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N & \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \\ \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \\ \mathbf{d}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa} \\ &= \mathbf{A}_{pNd} \mathbf{x}_{pNd} + \mathbf{B}_{pNd} \mathbf{y}_{sa} \end{aligned} \quad (5.23a)$$

$$\mathbf{x}_p = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \mathbf{x}_{pNd} = \mathbf{C}_{pNd} \mathbf{x}_{pNd}. \quad (5.23b)$$

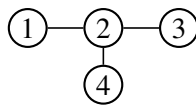


Abbildung 5.4: Topologie zur Veranschaulichung der Unbeobachtbarkeit der Lastleistungen

Die Systemmatrix in (5.23) hat die Eigenwerte des primärregulierten Systems (5.16) und die des Störmodells. Das primärregulierte System ist jedoch vollständig beobachtbar, wie mithilfe des Kalman-Kriteriums (Satz 3 in Abschnitt B.1) zu erkennen ist. Die Beobachtbarkeitsmatrix lautet

$$\mathbf{M}_{b,pN} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{pN} \\ \mathbf{C}_{pN}\mathbf{A}_{pN} \\ \vdots \end{bmatrix} \stackrel{(5.15)}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p\mathbf{D}_N\mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p\mathbf{C}_N \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}.$$

Da die Systemmatrix \mathbf{A}_{pN} Hurwitz und somit regulär ist, muss die Matrix $\mathbf{B}_p\mathbf{C}_N$ vollen Rang haben, wie an (5.15) zu erkennen ist. Daraus folgt, dass auch $\mathbf{M}_{b,pN}$ vollen Rang hat und das primärregulierte System vollständig beobachtbar ist.

Damit können in (5.23) nur die Eigenwerte des Störmodells unbeobachtbar sein. Diese liegen jedoch alle in null. Gibt es unbeobachtbare Eigenwerte, hat daher die Matrix

$$\mathbf{H}_{b,pNd} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{pNd} \\ \mathbf{C}_{pNd} \end{bmatrix}$$

gemäß dem Hautus-Kriterium (Satz 4 in Abschnitt B.1) Rangabfall und folglich hat die Gleichung

$$\mathbf{H}_{b,pNd}\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p\mathbf{D}_N\mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p\mathbf{C}_N & \mathbf{B}_p\mathbf{F}_N \\ \mathbf{B}_N\mathbf{C}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_p \\ \mathbf{\Pi}_N \\ \mathbf{\Pi}_d \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.24)$$

genau dann eine nichttriviale Lösung. Wegen der letzten Zeile in (5.24) muss $\mathbf{\Pi}_p = \mathbf{0}$ gelten, sodass statt (5.24)

$$[\mathbf{B}_p\mathbf{C}_N \quad \mathbf{B}_p\mathbf{F}_N] \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_N \\ \mathbf{\Pi}_d \end{bmatrix} = \mathbf{B}_p [\mathbf{C}_N \quad \mathbf{F}_N] \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_N \\ \mathbf{\Pi}_d \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

und wegen der Regularität von \mathbf{B}_p , vgl. (5.11), schließlich

$$[\mathbf{C}_N \quad \mathbf{F}_N] \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_N \\ \mathbf{\Pi}_d \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.25)$$

betrachtet werden kann. Wird durch $\mathbf{\Pi}_N$ und $\mathbf{\Pi}_d$ in (5.25) der Nullraum von $[\mathbf{C}_N \quad \mathbf{F}_N]$ aufgespannt, kann mit der zu $\mathbf{\Pi}_d$ orthogonalen Matrix $\mathbf{\Pi}_d^\perp$ eine reguläre Transformation der Lasten

$$\mathbf{d}_N = [\mathbf{\Pi}_d^\perp \quad \mathbf{\Pi}_d] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

durchgeführt werden. Mit (5.26) und dem in (5.25) gegebenen Zusammenhang $\mathbf{F}_N\mathbf{\Pi}_d = -\mathbf{C}_N\mathbf{\Pi}_N$ ergibt sich aus der Differenzialgleichung des erweiterten Systems (5.23a)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \\ \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p\mathbf{D}_N\mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p\mathbf{C}_N & \mathbf{B}_p\mathbf{F}_N\mathbf{\Pi}_d^\perp & -\mathbf{B}_p\mathbf{C}_N\mathbf{\Pi}_N \\ \mathbf{B}_N\mathbf{C}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_N \\ \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p\mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa}. \quad (5.27)$$

Für $\dot{\mathbf{x}}_p$ gilt gemäß (5.27) somit

$$\dot{\mathbf{x}}_p = [\mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p] \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp \mathbf{d}_1 + \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N (\mathbf{x}_N - \mathbf{\Pi}_N \mathbf{d}_2) + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{y}_{sa}$$

und zusätzlich wirken \mathbf{x}_N und \mathbf{d}_2 weder auf die Ableitungen der anderen Zustände noch auf den Ausgang \mathbf{x}_p . Dies motiviert, den Zustand \mathbf{x}_N wie folgt zu transformieren

$$\tilde{\mathbf{x}}_N = \mathbf{x}_N - \mathbf{\Pi}_N \mathbf{d}_2,$$

wodurch sich aus (5.27) das System

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \tilde{\mathbf{x}}_N \\ \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N & \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \tilde{\mathbf{x}}_N \\ \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa}$$

ergibt, in dem \mathbf{d}_2 keinerlei Auswirkung mehr auf die Systemdynamik hat. Der Eingang \mathbf{d}_1 beschreibt den vollständigen Einfluss der Lasten auf das System. Damit muss \mathbf{d}_2 nicht mehr berücksichtigt werden, sodass von nun an das System

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \tilde{\mathbf{x}}_N \\ \mathbf{d}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N & \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp \\ \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \tilde{\mathbf{x}}_N \\ \mathbf{d}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa} \\ &= \mathbf{A}_{p\tilde{N}d} \mathbf{x}_{p\tilde{N}d} + \mathbf{B}_{p\tilde{N}d} \mathbf{y}_{sa} \end{aligned} \quad (5.28a)$$

$$\mathbf{x}_p = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \mathbf{x}_{p\tilde{N}d} = \mathbf{C}_{p\tilde{N}d} \mathbf{x}_{p\tilde{N}d} \quad (5.28b)$$

betrachtet wird. Dieses ist vollständig beobachtbar, wie im Folgenden mit dem Hautus-Kriterium gezeigt wird. Die einzigen potenziell unbeobachtbaren Eigenwerte von (5.28) sind nach wie vor die Eigenwerte des Störmodells, die allesamt in null liegen. Das System (5.28) ist demzufolge genau dann vollständig beobachtbar, wenn

$$\mathbf{H}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{p\tilde{N}d} \\ \mathbf{C}_{p\tilde{N}d} \end{bmatrix}$$

vollen Rang hat. Dann hätte die Gleichung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{p\tilde{N}d} \\ \mathbf{C}_{p\tilde{N}d} \end{bmatrix} \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N & \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp \\ \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.29)$$

ausschließlich die triviale Lösung $\mathbf{v} = \mathbf{0}$. Aus der letzten Zeile in (5.29) ist erkennbar, dass $\mathbf{v}_1 = \mathbf{0}$ gelten muss. Folglich müssen \mathbf{v}_2 und \mathbf{v}_3 die Gleichung

$$[\mathbf{B}_p \mathbf{C}_N \quad \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{B}_p [\mathbf{C}_N \quad \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

erfüllen, die sich dank der Regularität der quadratischen Matrix \mathbf{B}_p , vgl. (5.11), zu

$$[\mathbf{C}_N \quad \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = [\mathbf{C}_N \quad \mathbf{F}_N] \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Pi}_d^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.30)$$

vereinfachen lässt. Da $\text{col}(\mathbf{\Pi}_N, \mathbf{\Pi}_d)$ in (5.25) als Basis des Nullraums von $[\mathbf{C}_N \quad \mathbf{F}_N]$ gewählt wurde, muss mit geeignetem \mathbf{w} in (5.30)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Pi}_d^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_N \\ \mathbf{\Pi}_d \end{bmatrix} \mathbf{w}$$

gelten. Die Orthogonalität von $\mathbf{\Pi}_d$ und $\mathbf{\Pi}_d^\perp$ erfordert aber $\mathbf{v}_3 = \mathbf{w} = \mathbf{0}$ und folglich auch $\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$. Damit hat (5.29) nur die triviale Lösung $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ und das System (5.28) ist vollständig beobachtbar.

Da (5.28) vollständig beobachtbar ist, kann ein reduzierter Beobachter entworfen werden, um die nicht gemessenen Zustände $\text{col}(\tilde{\mathbf{x}}_N, \mathbf{d}_1)$ aus den Messungen \mathbf{x}_p zu rekonstruieren. Um die Gleichungen des reduzierten Beobachters anzugeben, wird (5.28) nach gemessenen und nicht gemessenen Zustandsgrößen partitioniert

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \tilde{\mathbf{x}}_N \\ \mathbf{d}_1 \end{bmatrix} &= \left[\begin{array}{cc|cc} \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_N & \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N \mathbf{\Pi}_d^\perp & \\ \hline \mathbf{B}_N \mathbf{C}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \end{array} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \tilde{\mathbf{x}}_N \\ \mathbf{d}_1 \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c} \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \mathbf{y}_{sa} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \tilde{\mathbf{x}}_{Nd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{y}_{sa}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Die Gleichungen des reduzierten Beobachters, vgl. (B.4), für (5.31) lauten damit

$$\frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{x}}_{Nd} = -\mathbf{L} \mathbf{A}_{12} \tilde{\mathbf{x}}_{Nd} + (\mathbf{B}_2 - \mathbf{L} \mathbf{B}_1) \mathbf{y}_{sa} + (\mathbf{A}_{21} - \mathbf{L} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{L} \mathbf{A}_{12} \mathbf{L}) \mathbf{x}_p \quad (5.32a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{Nd} = \tilde{\mathbf{x}}_{Nd} + \mathbf{L} \mathbf{x}_p. \quad (5.32b)$$

Da die Rekonstruktion von $\tilde{\mathbf{x}}_N$ im Folgenden nicht benötigt wird, kann die Ordnung des Beobachters weiter reduziert werden. Dazu wird die Beobacherverstärkung \mathbf{L} so gewählt, dass die Differenzialgleichungen von $\tilde{\mathbf{x}}_N$ und $\tilde{\mathbf{d}}_1$ in (5.32) entkoppelt sind. Mit der Pseudoinversen \mathbf{A}_{12}^+ , vgl. Abschnitt A.8, kann bspw. durch

$$\mathbf{L} = k_{\text{beo}} \mathbf{A}_{12}^+ \quad (5.33)$$

eine solche Entkopplung erzielt werden, wenngleich dann nicht alle Freiheitsgrade ausgenutzt werden, vgl. [49]. Da (5.31) vollständig beobachtbar ist, hat \mathbf{A}_{12} vollen Spaltenrang, wie mit dem Hautus-Kriterium nachgeprüft werden kann, vgl. (5.29). Damit gilt $\mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{A}_{12} = \mathbf{I}$ und (5.33) führt in (5.32) zu

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{x}}_{Nd} &= -k_{\text{beo}} \tilde{\mathbf{x}}_{Nd} + (\mathbf{B}_2 - k_{\text{beo}} \mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{B}_1) \mathbf{y}_{sa} + (\mathbf{A}_{21} - k_{\text{beo}} \mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{A}_{11} - k_{\text{beo}}^2 \mathbf{A}_{12}^+) \mathbf{x}_p \\ \hat{\mathbf{x}}_{Nd} &= \tilde{\mathbf{x}}_{Nd} + k_{\text{beo}} \mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{x}_p. \end{aligned}$$

Um nur \mathbf{d}_1 zu rekonstruieren reicht es dann, den Beobachter

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{d}}_1 &= -k_{\text{beo}} \tilde{\mathbf{d}}_1 - [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}_{m_1}] k_{\text{beo}} \mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_{\text{sa}} + [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}_{m_1}] (-k_{\text{beo}} \mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{A}_{11} - k_{\text{beo}}^2 \mathbf{A}_{12}^+) \mathbf{x}_p \\ &= -k_{\text{beo}} \tilde{\mathbf{d}}_1 + \mathbf{B}_{\text{beo},1} \mathbf{y}_{\text{sa}} + \mathbf{B}_{\text{beo},2} \mathbf{x}_p \end{aligned} \quad (5.34a)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_1 = \tilde{\mathbf{d}}_1 + k_{\text{beo}} [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}_{m_1}] \mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{x}_p = \tilde{\mathbf{d}}_1 + \mathbf{D}_{\text{beo}} \mathbf{x}_p \quad (5.34b)$$

der Dimension m_1 zu verwenden. An dieser Stelle kann auch eine obere Grenze für m_1 angegeben werden. Da nämlich $\mathbf{A}_{12} \in \mathbb{R}^{2|\mathcal{I}_c| \times |\mathcal{I}_c| - 1 + m_1}$ vollen Spaltenrang hat, folgt

$$m_1 \leq |\mathcal{I}_c| + 1.$$

5.3.4 Kombination von Ausgangsregulierung und Beobachter

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass der Einfluss der Lasten \mathbf{d}_N auf die Systemdynamik durch \mathbf{d}_1 vollständig abgebildet werden kann. Auch wurde ein Beobachter angegeben, um \mathbf{d}_1 aus \mathbf{x}_p und \mathbf{y}_{sa} zu rekonstruieren. Die Rekonstruktion von \mathbf{d}_1 kann nun in einer Aufschaltung verwendet werden, wie sie eingangs in Abschnitt 5.3.2 bereits für den Fall angegeben wurde, dass \mathbf{d}_N gemessen wird.

Der Performance-Ausgang \mathbf{y}_Δ ist von \mathbf{x}_N unabhängig, vgl. (5.17). Daher kann \mathbf{y}_Δ auch durch

$$\mathbf{y}_\Delta = \mathbf{C}_\Delta \mathbf{x}_{p\tilde{N}} + \mathbf{D}_\Delta \mathbf{y}_{\text{sa}} \quad (5.35)$$

berechnet werden. Die Matrizen \mathbf{C}_Δ und \mathbf{D}_Δ ändern sich durch die Transformation von \mathbf{x}_N zu $\tilde{\mathbf{x}}_N$ nicht. Wird \mathbf{d}_1 in (5.28a) als Eingang aufgefasst, ergibt sich

$$\dot{\mathbf{x}}_{p\tilde{N}} = \mathbf{A}_{p\tilde{N}} \mathbf{x}_{p\tilde{N}} + \mathbf{B}_{p\tilde{N}} \mathbf{y}_{\text{sa}} + \mathbf{E}_{p\tilde{N}} \mathbf{d}_1. \quad (5.36)$$

Erfüllen die Matrizen \mathbf{M}_s und \mathbf{F}_s die Regulatorgleichungen für die Differenzialgleichungen (5.36) und den Performance-Ausgang (5.35)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{p\tilde{N}} \mathbf{M}_s + \mathbf{B}_{p\tilde{N}} \mathbf{F}_s + \mathbf{E}_{p\tilde{N}} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_\Delta \mathbf{M}_s + \mathbf{D}_\Delta \mathbf{F}_s &= \mathbf{0}, \end{aligned}$$

erzielt

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{F}_s \hat{\mathbf{d}}_1 \quad (5.37)$$

bei $\mathbf{y}_a = \mathbf{0}$ die asymptotische Regelung von \mathbf{y}_Δ gegen null.

Damit kann \mathbf{y}_Δ gegen null geregelt werden, indem der Einfluss der Lasten $\hat{\mathbf{d}}_1$ auf die Microgrid-dynamik durch den reduzierten Beobachter (5.34) berechnet und auf die Stellgröße über (5.37) aufgeschaltet wird. Auf diese Weise wird exakte Leistungsaufteilung und stationär genaue Regelung der Frequenz erzielt, so lange die später benötigte Anschlusspunktregelung nicht eingreift $\mathbf{y}_a = \mathbf{0}$. Zu beachten ist, dass die stationäre Aufschaltung (5.37) und der reduzierte Beobachter

(5.34) am linearen Modell entworfen werden, sodass stationäre Genauigkeit nur für dieses lineare Modell gewährleistet werden kann. In der Realität ist daher mit Regelabweichungen zu rechnen. In Niederspannungsnetzen sind die Leitungsadmittanzen jedoch groß, sodass sich die Leitungen näherungsweise linear verhalten und die auftretenden Regelabweichungen klein sein dürften.

Insgesamt ergibt sich als sekundäre Leistungsregelung durch Kombination von Aufschaltung (5.37) und Beobachter (5.34) der dynamische Zustandsregler

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{d}}_1 &= -k_{\text{beo}} \tilde{\mathbf{d}}_1 + \mathbf{B}_{\text{beo},1} \mathbf{y}_{\text{sa}} + \mathbf{B}_{\text{beo},2} \mathbf{x}_p = -k_{\text{beo}} \tilde{\mathbf{d}}_1 + \mathbf{B}_{\text{beo},1} \mathbf{y}_s + \mathbf{B}_{\text{beo},1} \mathbf{y}_a + \mathbf{B}_{\text{beo},2} \mathbf{x}_p \\ &= (-k_{\text{beo}} + \mathbf{B}_{\text{beo},1} \mathbf{F}_s) \tilde{\mathbf{d}}_1 + (\mathbf{B}_{\text{beo},1} \mathbf{F}_s \mathbf{D}_{\text{beo}} + \mathbf{B}_{\text{beo},2}) \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_{\text{beo},1} \mathbf{y}_a \\ \mathbf{y}_s &= \mathbf{F}_s \tilde{\mathbf{d}}_1 + \mathbf{F}_s \mathbf{D}_{\text{beo}} \mathbf{x}_p, \end{aligned}$$

für den im Folgenden auch

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_s &= \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s \mathbf{x}_p + \mathbf{E}_s \mathbf{y}_a \\ \mathbf{y}_s &= \mathbf{C}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{D}_s \mathbf{x}_p \end{aligned}$$

geschrieben wird.

5.3.5 Überblick und Simulationsbeispiel

Abbildung 5.5 zeigt die Regelungsstruktur bestehend aus Primär- und Sekundärregelung für ein Microgrid im Inselbetrieb. In diesem Abschnitt wird die Sekundärregelung für das Beispielsystem entworfen, für das in Abschnitt 5.2.4 bereits die Primärregelung ausgelegt wurde. Dann wird das Verhalten des Systems bei Lastsprüngen durch Simulationen veranschaulicht.

Der einzige zu wählende Freiheitsgrad beim für die Sekundärregelung vorgeschlagenen Entwurfsverfahren ist k_{beo} , der hier zu $k_{\text{beo}} = 25$ gewählt wird. Da die Beobachtbareigenwerte durch diese

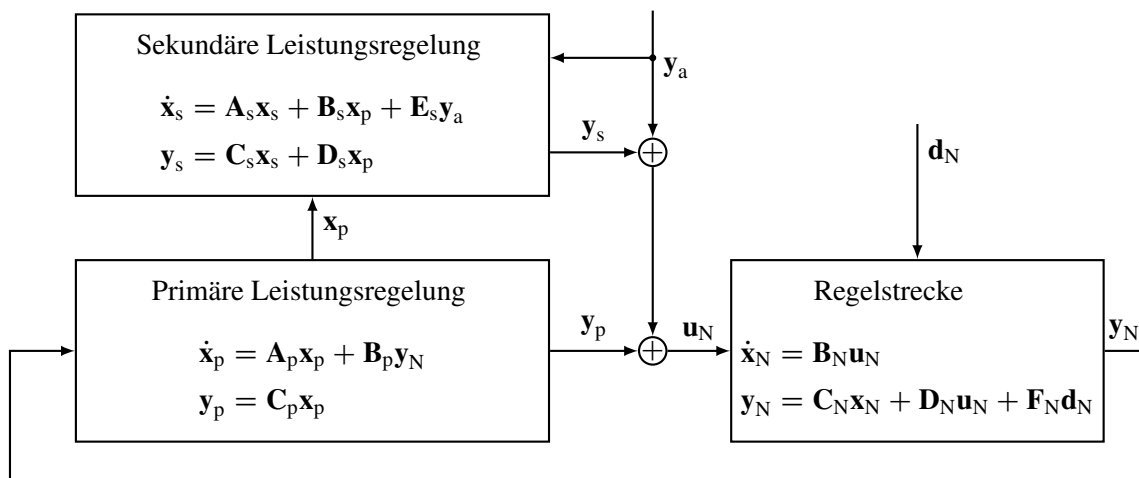


Abbildung 5.5: Blockschaltbild von primärer und sekundärer Leistungsregelung samt linearisierter Regelstrecke zur Regelung eines Microgrids

Wahl in -25 zu liegen kommen, ist der Beobachter etwas langsamer ausgelegt als der geschlossene Regelkreis bestehend aus Primärregelung und Strecke. Bei einem realen System muss bei der Wahl von k_{beo} die Verzögerung bei der Kommunikation zwischen Umrichtern und Sekundärregelung berücksichtigt werden.

Die Simulationsergebnisse des wie im Blockschaltbild in Abbildung 5.5 geregelten Microgrids werden in Abbildung 5.6 dargestellt. Die Simulation startet wieder im flachen Spannungsprofil und die Lasten ändern sich auf dieselbe Weise wie in der Simulation des primärgeregelten Microgrids in Abbildung 5.3. Bei $t = 0,1 \text{ s}$ springt die von Last 3 (Knoten 12) verbrauchte Wirkleistung auf $1 \text{ p. u.} \hat{=} 16 \text{ kW}$ und zum Zeitpunkt $t = 0,6 \text{ s}$ springt sie wieder auf null. Ein Vergleich mit der Simulation in Abbildung 5.3 zeigt, dass die Sekundärregelung das Verhalten der Umrichter deutlich verbessert. Die Frequenz bleibt näher an der Nominalfrequenz und wird stationär wieder auf die Nominalfrequenz geregelt. Die Leistungen werden stationär exakt zwischen den Umrichtern aufgeteilt und die Spannungsbeträge bleiben in der Nähe der Nominalspannung.

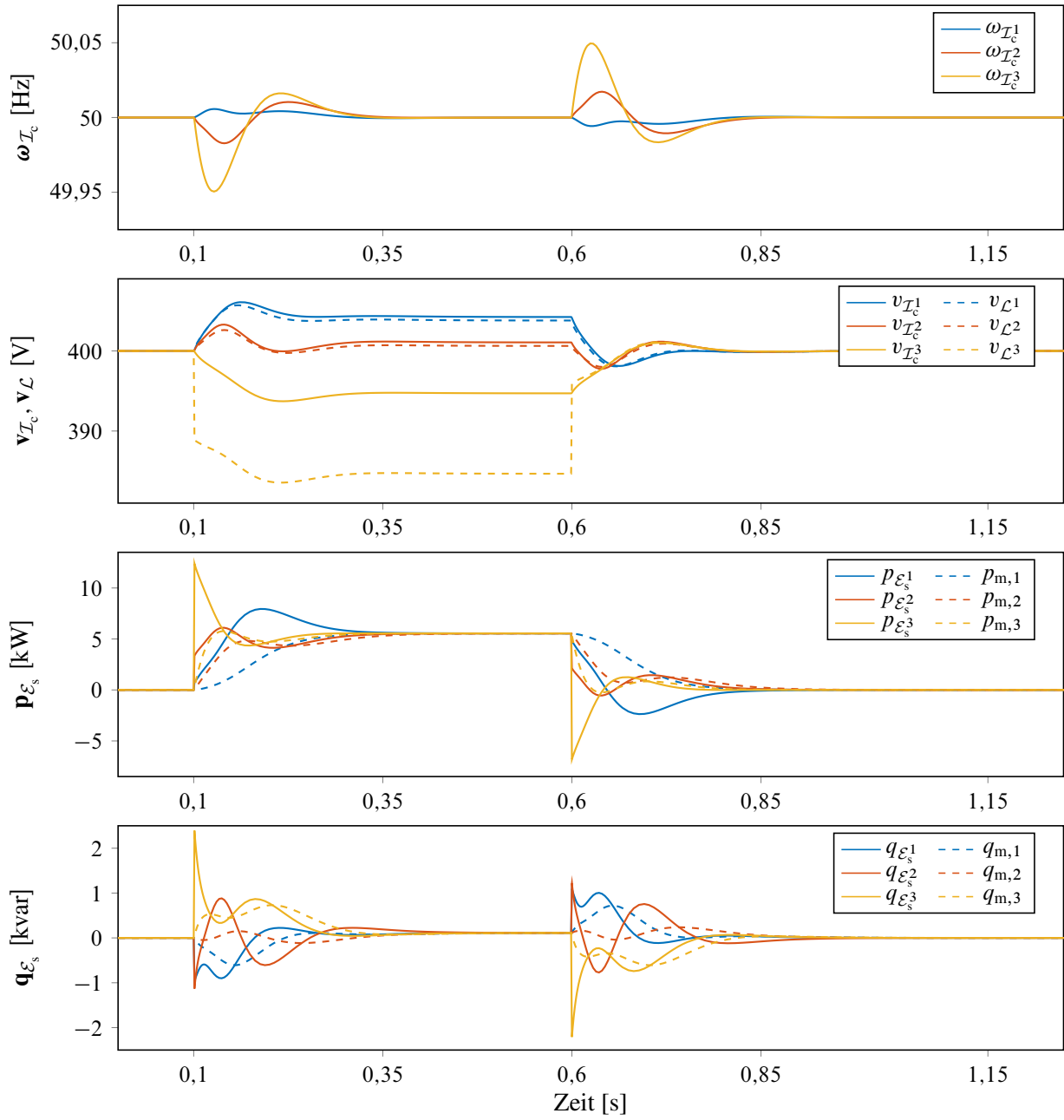


Abbildung 5.6: Lastsprung im sekundärgeregelten Microgrid

6 Microgrid-Verbundnetze

Nachdem im vorigen Kapitel die Leistungsregelung einzelner Microgrids behandelt wurde, wird sich in diesem Kapitel dem Zusammenschalten solcher Microgrids zu Microgrid-Verbundnetzen gewidmet. Dazu bedarf es einer Synchronisierungsregelung, welche die Synchronisierung von Microgrid und Verbundnetz ermöglicht. Nach erfolgreicher Synchronisierung wird eine Verbundnetzregelung benötigt, um die über das Koppelnetz ausgetauschten Leistungen einzuregeln. Um die Komplexität der Regelstrecke bei der Auslegung der Verbundnetzregelung zu reduzieren, wird die Synchronisierungsregelung auch nach dem Synchronisierungsvorgang als Anschlusspunktregelung weiterverwendet, damit das Microgrid sich in seiner langsamen Dynamik wie eine steuerbare Spannungsquelle verhält.

Grundlage der folgenden Überlegungen ist das entsprechend dem Blockschaltbild in Abbildung 5.5 geregelte Microgridmodell. Da der Anschlusspunkt beim Entwurf der Leistungsregelung in Kapitel 5 als Lastknoten modelliert wurde, hat ein Leistungsaustausch mit dem Koppelnetz stationär keine Auswirkung auf die Frequenz im Microgrid und die Umrichter innerhalb des Microgrids teilen die benötigte Leistung untereinander auf. Da die Anschlusspunkte als Lasten modelliert wurden, war es bislang nicht notwendig, im Störeingriff $\mathbf{d}_N = \text{col}(p_C, \mathbf{p}_L, q_C, \mathbf{q}_L)$ zwischen der am Anschlusspunkt bezogenen Leistung $\mathbf{d}_C = \text{col}(p_C, q_C)$ und der Leistung der Lasten $\mathbf{d}_L = \text{col}(\mathbf{p}_L, \mathbf{q}_L)$ zu unterscheiden. Diese Unterscheidung muss jetzt getroffen werden. Für \mathbf{d}_N gilt

$$\mathbf{d}_N = \left(\mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0}_{|\mathcal{L}| \times 1} \end{bmatrix} \right) \mathbf{d}_C + \left(\mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times |\mathcal{L}|} \\ \mathbf{I}_{|\mathcal{L}|} \end{bmatrix} \right) \mathbf{d}_L$$

und die Ausgangsgleichung der Regelstrecke in Abbildung 5.5 kann zu

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_N &= \mathbf{C}_N \mathbf{x}_N + \mathbf{D}_N \mathbf{u}_N + \mathbf{F}_N \left(\mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0}_{|\mathcal{L}| \times 1} \end{bmatrix} \right) \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_N \left(\mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times |\mathcal{L}|} \\ \mathbf{I}_{|\mathcal{L}|} \end{bmatrix} \right) \mathbf{d}_L \\ &= \mathbf{C}_N \mathbf{x}_N + \mathbf{D}_N \mathbf{u}_N + \mathbf{F}_N^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_N^L \mathbf{d}_L \end{aligned}$$

umgeschrieben werden. Für das primär- und sekundärgeregelte Microgridmodell mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_M = \text{col}(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_N, \mathbf{x}_s)$ und Systemeingang $\mathbf{u}_M = \mathbf{y}_a$ ergibt sich so die Differenzialgleichung

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_M &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{M,11} & \mathbf{A}_{M,12} & \mathbf{A}_{M,13} \\ \mathbf{A}_{M,21} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{M,23} \\ \mathbf{A}_{M,31} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{M,33} \end{bmatrix} \mathbf{x}_M + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{D}_N \\ \mathbf{B}_N \\ \mathbf{E}_s \end{bmatrix} \mathbf{y}_a + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N^C \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d}_C + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \mathbf{F}_N^L \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d}_L \\ &= \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{u}_M + \mathbf{E}_M^C \mathbf{d}_C + \mathbf{E}_M^L \mathbf{d}_L, \end{aligned}$$

wobei die Regler so ausgelegt wurden, dass die Systemmatrix \mathbf{A}_M Hurwitz ist. Im Folgenden werden die Ausgangssignale einer Phasenregelschleife am Anschlusspunkt verwendet. Daher werden

Relativwinkel φ_C und Spannungsbetrag am Anschlussknoten v_C unter Verwendung von (5.5) und unter Berücksichtigung von $\mathbf{z}_N = \text{col}(\varphi_C, \varphi_L, v_C, v_L)$ als Systemausgang modelliert. Aus

$$\begin{bmatrix} \varphi_C \\ v_C \end{bmatrix} = [\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{e}_1^\top] (\mathbf{Q}\mathbf{x}_N + \mathbf{R}_2 \mathbf{v}_{\mathcal{I}_C} + \mathbf{S}\mathbf{d}_N) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_\varphi^\top \\ \mathbf{q}_v^\top \end{bmatrix} \mathbf{x}_N + \begin{bmatrix} \mathbf{r}_\varphi^\top \\ \mathbf{r}_v^\top \end{bmatrix} \mathbf{v}_{\mathcal{I}_C} + \begin{bmatrix} \mathbf{s}_\varphi^\top \\ \mathbf{s}_v^\top \end{bmatrix} \mathbf{d}_N$$

und

$$\mathbf{v}_{\mathcal{I}_C} = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] (\mathbf{y}_p + \mathbf{y}_s + \mathbf{y}_a) = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] (\mathbf{C}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{C}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{D}_s \mathbf{x}_p) + [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] \mathbf{y}_a$$

ergibt sich die Ausgangsgleichung

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_M &= \begin{bmatrix} \mathbf{q}_\varphi^\top \\ \mathbf{q}_v^\top \end{bmatrix} \mathbf{x}_N + \begin{bmatrix} \mathbf{r}_\varphi^\top \\ \mathbf{r}_v^\top \end{bmatrix} ([\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] (\mathbf{C}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{C}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{D}_s \mathbf{x}_p) + [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] \mathbf{y}_a) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{s}_\varphi^\top \\ \mathbf{s}_v^\top \end{bmatrix} \left(\left(\mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \mathbf{d}_C + \left(\mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \mathbf{d}_L \right) \\ &= \mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + [\mathbf{0} \quad \mathbf{D}_{M,2}] \mathbf{u}_M + \mathbf{F}_M^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_M^L \mathbf{d}_L \\ &= \mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{D}_M \mathbf{u}_M + \mathbf{F}_M^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_M^L \mathbf{d}_L. \end{aligned}$$

Zusammenfassend lässt sich das primär- und sekundärgeregelte Microgrid durch das Modell

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{u}_M + \mathbf{E}_M^C \mathbf{d}_C + \mathbf{E}_M^L \mathbf{d}_L \quad (6.1a)$$

$$\mathbf{y}_M = \mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{D}_M \mathbf{u}_M + \mathbf{F}_M^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_M^L \mathbf{d}_L \quad (6.1b)$$

beschreiben, wobei $\mathbf{u}_M = \mathbf{y}_a$ und $\mathbf{y}_M = \text{col}(\varphi_C, v_C)$.

6.1 Synchronisierung des Microgrids an ein Verbundnetz

Nun soll das Microgrid (6.1) an ein Verbundnetz synchronisiert werden. Zu diesem Zweck wird das Verbundnetz als *starres Netz* und somit als Spannungsknoten mit symmetrischer, dreiphasiger Spannung fester Amplitude und Frequenz modelliert. Dem Knoten des starren Netzes wird der Index \mathcal{K}_v zugewiesen. Zwischen Anschlussknoten \mathcal{C} des Microgrids und \mathcal{K}_v wird ein idealer Schalter angenommen. Für die Synchronisation an das Verbundnetz muss die Spannung am Anschlusspunkt \mathcal{C} des Microgrids auf die Spannung des Verbundnetzes geregelt werden. Dazu werden die Spannungen an den beiden Knoten \mathcal{C} und \mathcal{K}_v gemessen und Phasenregelschleifen dazu verwendet, die Differenz der absoluten Winkel $\delta_{\mathcal{K}_v} - \delta_C$ und der Spannungsamplituden $v_{\mathcal{K}_v} - v_C$ zu bestimmen. Die Dynamik der Phasenregelschleifen wird jedoch vernachlässigt, da die Synchronisierung des Microgrids an das Verbundnetz mit deutlich größeren Zeitkonstanten ablaufen soll. Da die Differenz absoluter Winkel gleich der Differenz bezogener Winkel ist

$$\delta_{\mathcal{K}_v} - \delta_C = (\delta_{\mathcal{K}_v} - \delta_{\mathcal{I}_C^1}) - (\delta_C - \delta_{\mathcal{I}_C^1}) = \varphi_{\mathcal{K}_v} - \varphi_C,$$

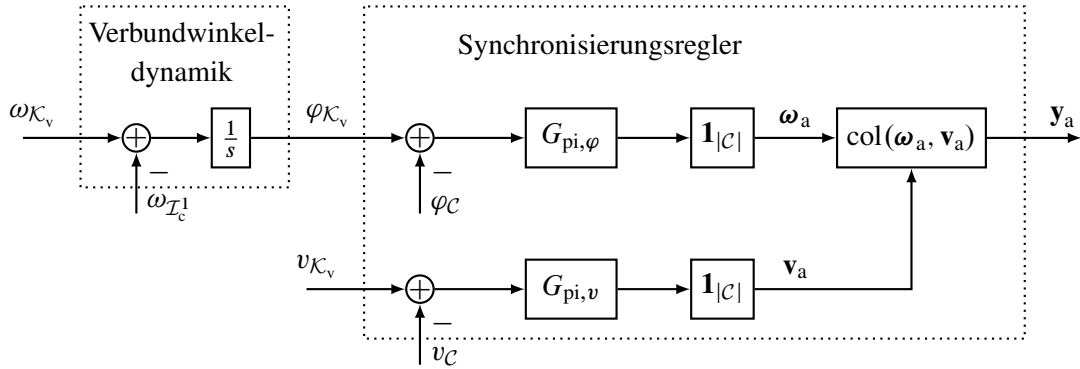


Abbildung 6.1: Blockschaltbild des Synchronisierungsreglers und der Verbundwinkeldynamik

kann weiterhin mit bezogenen Winkeln gerechnet werden. Der bezogene Winkel des starren Netzes $\varphi_{K_v} = \delta_{K_v} - \delta_{I_c^1}$ ändert sich in Abhängigkeit von der Stellgröße $\omega_{I_c^1}$ über

$$\dot{\varphi}_{K_v} = \omega_{K_v} - \omega_{I_c^1} \quad \Rightarrow \quad \varphi_{K_v} = \varphi_{K_v,0} + \int_0^t (\omega_{K_v} - \omega_{I_c^1}) d\tau. \quad (6.2)$$

Um die Winkeldifferenz $\varphi_{K_v} - \varphi_C$ und die Differenz der Spannungsbeträge $v_{K_v} - v_C$ stationär genau gegen null zu regeln, werden zwei PI-Regler eingesetzt, die gleichmäßig auf die Winkelgeschwindigkeiten ω_{I_c} und Spannungsbeträge der Umrichter v_{I_c} einwirken. Wegen der rotatorischen Invarianz der Winkel innerhalb eines Microgrids wirkt sich die gleichmäßige Veränderung der Winkelgeschwindigkeiten ω_{I_c} ausschließlich über (6.2) auf φ_{K_v} aus. Mit dem Reglerzustand \mathbf{x}_a , dem Eingang des Reglers $\mathbf{u}_a = \mathbf{y}_M = \text{col}(\varphi_C, v_C)$, dem Referenzeingang $\mathbf{r}_a = \text{col}(\varphi_{K_v}, v_{K_v})$ und den Reglerparametern $\mathbf{k}_{a,i}$, $\mathbf{k}_{a,p}$ ergeben sich die Reglergleichungen

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \begin{bmatrix} \varphi_{K_v} - \varphi_C \\ v_{K_v} - v_C \end{bmatrix} = \mathbf{r}_a - \mathbf{u}_a = \mathbf{B}_a \mathbf{u}_a + \mathbf{E}_a \mathbf{r}_a \quad (6.3a)$$

$$\mathbf{y}_a = [\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{1}_{|I_c|}] (\mathbf{k}_{a,i} \circ \mathbf{x}_a + \mathbf{k}_{a,p} \circ \mathbf{r}_a - \mathbf{k}_{a,p} \circ \mathbf{u}_a) = \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{D}_a \mathbf{u}_a + \mathbf{F}_a \mathbf{r}_a. \quad (6.3b)$$

Die Regelstrecke besteht aus dem primär- und sekundärgeregelten Microgrid (6.1) und der Dynamik des Verbundwinkels (6.2). Das Blockschaltbild des Reglers inklusive der Verbundwinkeldynamik ist in Abbildung 6.1 gegeben.

6.2 Anschlusspunktregelung

Nach erfolgreicher Synchronisierung können Microgrid und Verbundnetz durch Schließen des sie trennenden Schalters miteinander verbunden werden. Dann entsteht ein neues dynamisches System bestehend aus $|\mathcal{M}|$ über das Koppelnetz miteinander verbundenen Microgrids. Um die Komplexität der Strecke bei Regelung dieses Microgrid-Verbundnetzes zu reduzieren, wird der Synchronisierungsregler (6.3) leicht abgewandelt und dazu verwendet, die Spannung am Netzanschlusspunkt so zu regeln, dass jedes Microgrid für die Verbundnetzregelung als steuerbare Spannungsquelle modelliert werden kann. Diese Regelung wird Anschlusspunktregelung genannt.

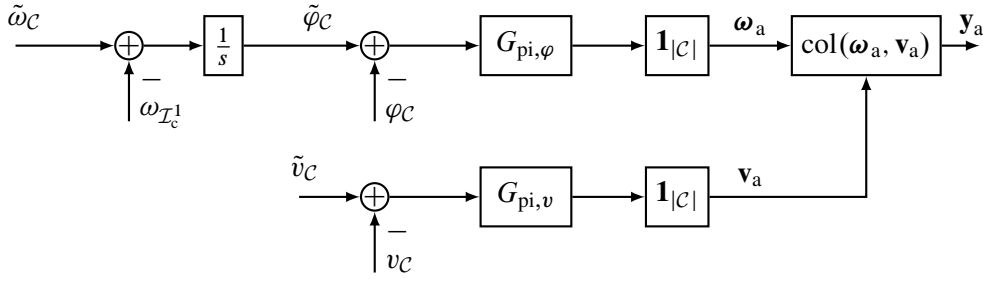


Abbildung 6.2: Blockschaltbild des Anschlusspunktreglers

Die Synchronisierungsregelung (6.3) ermöglicht das stationär genaue Einregeln von Relativwinkel φ_C und Spannungsbetrag v_C am Anschlusspunkt auf die Referenzwerte $\tilde{\varphi}_C, \tilde{v}_C$, indem die Referenzeingänge zu $\mathbf{r}_a = \text{col}(\tilde{\varphi}_C, \tilde{v}_C)$ gewählt werden. Damit das Microgrid sich stationär wie eine steuerbare Spannungsquelle verhält, muss der sich einstellende Absolutwinkel am Anschlusspunkt δ_C außerdem dem Integral der vorgegebenen Winkelgeschwindigkeit entsprechen:

$$\delta_C \stackrel{!}{=} \delta_C(0) + \int_0^t \tilde{\omega}_C d\tau \quad \Rightarrow \quad \varphi_C \stackrel{!}{=} \varphi_C(0) + \int_0^t (\tilde{\omega}_C - \omega_{T_c^1}) d\tau.$$

Um dieses Verhalten zu realisieren, wird der Referenzwert des Relativwinkels am Anschlusspunkt $\tilde{\varphi}_C$ über

$$\tilde{\varphi}_C = \varphi_C(0) + \int_0^t (\tilde{\omega}_C - \omega_{T_c^1}) d\tau \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt} \tilde{\varphi}_C = \tilde{\omega}_C - \omega_{T_c^1} \quad (6.4)$$

vorgegeben. Insgesamt ergibt sich so der im Blockschaltbild in Abbildung 6.2 dargestellte Anschlusspunktregler. Ein Vergleich mit dem Blockschaltbild des Synchronisierungsreglers in Abbildung 6.1 zeigt, dass die Systemgleichungen in beiden Blockschaltbildern identisch sind. Es wäre daher wünschenswert, die Reglerparameter des Synchronisierungsreglers auch für den Anschlusspunktregler weiterzuverwenden. Der Integrator der Anschlusspunktregelung würde dann beim Einschalten mit dem Wert des Verbundwinkels φ_{K_v} initialisiert.

Damit für Anschlusspunktregelung und Synchronisierungsregelung dieselben Reglerparameter verwendet werden können, muss nicht nur das mit dem Anschlusspunktregler geschlossene Microgridmodell (6.1) stabil sein, sondern auch das aus $|\mathcal{M}|$ solcher Microgrids bestehende Verbundnetz. Im Folgenden wird die Anschlusspunktregelung basierend auf dem Microgridmodell ausgelegt. Um dabei die Stabilität des Verbundnetzes gewährleisten zu können, wird das Verbundnetz modelliert und daraufhin ein Stabilitätskriterium für das Verbundnetz hergeleitet. Durch die Berücksichtigung dieses Kriteriums bei der Auslegung des Anschlusspunktreglers können die resultierenden Reglerparameter sowohl für die Synchronisierungsregelung als auch für die Anschlusspunktregelung verwendet werden.

6.3 Modellierung verkoppelter Microgrids

Abbildung 6.3 zeigt, wie mit Anschlusspunktregler geregelte Microgridmodelle (6.1) über das Koppelnetz zu Microgrid-Verbundnetzen zusammengeschaltet werden. Das Koppelnetz wird durch

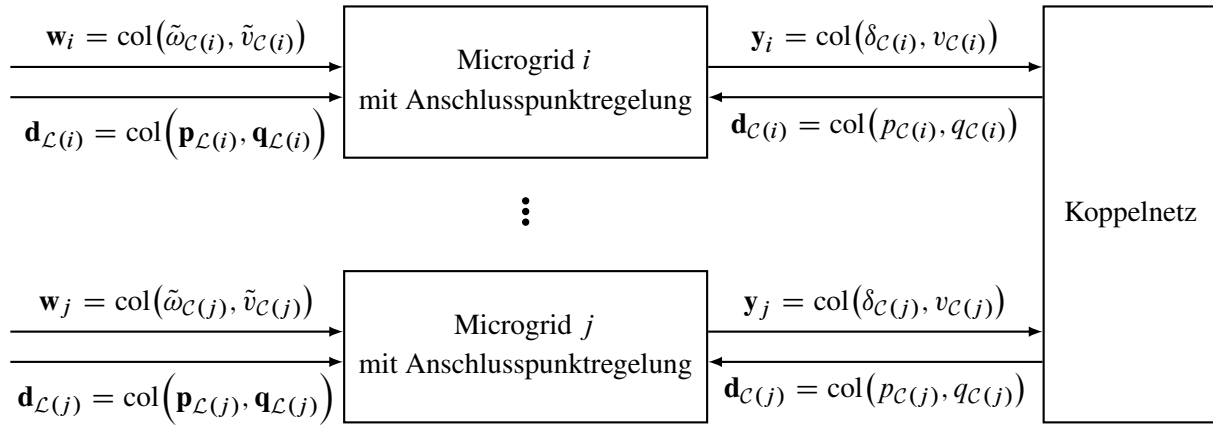


Abbildung 6.3: Blockschaltbild verkoppelter Microgrids

die entsprechenden Lastflussgleichungen, vgl. (2.29), modelliert

$$p_{c(i)} = -v_{c(i)} \sum_{j=1}^{|\mathcal{M}|} v_{c(j)} (G_{c,ij} \cos(\delta_{c(i)} - \delta_{c(j)}) + B_{c,ij} \sin(\delta_{c(i)} - \delta_{c(j)})) \quad (6.5a)$$

$$q_{c(i)} = -v_{c(i)} \sum_{j=1}^{|\mathcal{M}|} v_{c(j)} (G_{c,ij} \sin(\delta_{c(i)} - \delta_{c(j)}) - B_{c,ij} \cos(\delta_{c(i)} - \delta_{c(j)})), \quad (6.5b)$$

wobei $G_{c,ij}$ und $B_{c,ij}$ die Elemente der Kron-reduzierten Admittanzmatrix $\mathbf{Y}_c = \mathbf{G}_c + \mathbf{jB}_c$ des Koppelnetzes sind. Da die Relativwinkel φ_i sich nur innerhalb eines Microgrids auf denselben Referenzwinkel beziehen, müssen in (6.5) die Absolutwinkel

$$\delta_{c(i)} = \varphi_{c(i)} + \delta_{T_c^1(i)}$$

verwendet werden. Um diese berechnen zu können, müssen die Referenzwinkel der Microgrids $\delta_{T_c^1(i)}$ bekannt sein, weshalb die Referenzwinkeldynamiken aller Microgrids

$$\delta_{T_c^1(i)} = \delta_{T_c^1(i)}(0) + \int_0^t \omega_{T_c^1(i)} d\tau \quad \Rightarrow \quad \dot{\delta}_{T_c^1(i)} = \omega_{T_c^1(i)} \quad (6.6)$$

dem Modell hinzugefügt werden müssen.

6.3.1 Modellierung der Referenzwinkeldynamiken

Im Abschnitt zuvor wurde bereits die Notation für Microgrid-Verbundnetze verwendet, um die Notwendigkeit der Modellierung der Referenzwinkeldynamiken darzulegen. In diesem und dem folgenden Unterabschnitt wird zugunsten einer übersichtlicheren Notation wieder die Notationsweise für einzelne Microgrids verwendet.

Zur Modellierung der Referenzwinkeldynamik (6.6) eines Microgrids wird die Stellgröße $\omega_{T_c^1}$ benötigt, die sich aus den Beiträgen der Primär- und Sekundärregelung $\omega_{T_c^1,ps}$ und dem Beitrag

der Anschlusspunktregelung $\omega_{\mathcal{I}_c^1, a}$ zusammensetzt. Zwar hängt $\omega_{\mathcal{I}_c^1, ps}$ entsprechend Abbildung 5.5 ausschließlich von den Reglerzuständen $\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_s$ ab, allerdings ist $\omega_{\mathcal{I}_c^1, a}$ wegen des P-Anteils des Anschlusspunktreglers gemäß Abbildung 6.2 nicht nur vom Reglerzustand $x_{1,a}$, sondern auch von φ_c und dem Integratorzustand $\tilde{\varphi}_c$ abhängig:

$$\begin{aligned} \omega_{\mathcal{I}_c^1} &= \mathbf{k}_{ps} \mathbf{x}_{ps} + k_{\omega, a, p} (\tilde{\varphi}_c - \varphi_c) + k_{\omega, a, i} x_{1, a} \\ &\stackrel{(6.1b)}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ps} & k_{\omega, a, i} & k_{\omega, a, p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ps} \\ x_{1, a} \\ \tilde{\varphi}_c \end{bmatrix} - k_{\omega, a, p} \mathbf{e}_1^\top \left(\mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{D}_{M,2} \mathbf{v}_a + \mathbf{F}_M^c \mathbf{d}_c + \mathbf{F}_M^\mathcal{L} \mathbf{d}_\mathcal{L} \right). \end{aligned} \quad (6.7)$$

Für das Stellsignal \mathbf{v}_a gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a &= \mathbf{1} (k_{v, a, p} (\tilde{v}_c - v_c) + k_{v, a, i} x_{2, a}) \\ &\stackrel{(6.1b)}{=} \mathbf{1} (k_{v, a, p} \tilde{v}_c + k_{v, a, i} x_{2, a}) - \mathbf{1} k_{v, a, p} \mathbf{e}_2^\top \left(\mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{D}_{M,2} \mathbf{v}_a + \mathbf{F}_M^c \mathbf{d}_c + \mathbf{F}_M^\mathcal{L} \mathbf{d}_\mathcal{L} \right) \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{1} k_{v, a, p} \mathbf{e}_2^\top \mathbf{D}_{M,2})^{-1} \left(\mathbf{1} (k_{v, a, p} \tilde{v}_c + k_{v, a, i} x_{2, a}) - \mathbf{1} k_{v, a, p} \mathbf{e}_2^\top \left(\mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{F}_M^c \mathbf{d}_c + \mathbf{F}_M^\mathcal{L} \mathbf{d}_\mathcal{L} \right) \right), \end{aligned}$$

sodass mit (6.7), dem neuen Zustandsvektor $\mathbf{x}_{m,1} = \text{col}(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_N, \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_a)$ und dem neuen Eingangsvektor $\mathbf{u}_m = \text{col}(\tilde{\omega}_c, \tilde{v}_c)$ die Winkelgeschwindigkeit $\omega_{\mathcal{I}_c^1}$ berechnet werden kann

$$\begin{aligned} \omega_{\mathcal{I}_c^1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_x^\top & k_{\tilde{\varphi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{m,1} \\ \tilde{\varphi}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & k_{u,2} \end{bmatrix} \mathbf{u}_m + \mathbf{k}_c^\top \mathbf{d}_c + \mathbf{k}_\mathcal{L}^\top \mathbf{d}_\mathcal{L} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_x^\top & k_{\tilde{\varphi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{m,1} \\ \tilde{\varphi}_c \end{bmatrix} + \mathbf{k}_u^\top \mathbf{u}_m + \mathbf{k}_c^\top \mathbf{d}_c + \mathbf{k}_\mathcal{L}^\top \mathbf{d}_\mathcal{L}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Dabei sind die expliziten Zahlenwerte in (6.8) von den Parametern der Anschlusspunktregelung abhängig.

6.3.2 Zustandstransformation der Microgriddynamik

Als Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen wird das Microgridmodell (6.1), der Anschlusspunktregler (6.3), sowie die absolute und die relative Referenzwinkeldynamik, (6.6) bzw. (6.4), durch ein Zustandsraumsystem beschrieben

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{m,1} \\ \delta_{\mathcal{I}_c^1} \\ \tilde{\varphi}_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m,1} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{m,2} \\ \mathbf{k}_x^\top & 0 & k_{\tilde{\varphi}} \\ -\mathbf{k}_x^\top & 0 & -k_{\tilde{\varphi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{m,1} \\ \delta_{\mathcal{I}_c^1} \\ \tilde{\varphi}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_{m,1} \\ 0 & k_{u,2} \\ 1 & -k_{u,2} \end{bmatrix} \mathbf{u}_m + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,1}^c \\ \mathbf{k}_c^\top \\ -\mathbf{k}_c^\top \end{bmatrix} \mathbf{d}_c + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,1}^\mathcal{L} \\ \mathbf{k}_\mathcal{L}^\top \\ -\mathbf{k}_\mathcal{L}^\top \end{bmatrix} \mathbf{d}_\mathcal{L} \\ &= \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{B}_m \mathbf{u}_m + \mathbf{E}_m^c \mathbf{d}_c + \mathbf{E}_m^\mathcal{L} \mathbf{d}_\mathcal{L} \end{aligned} \quad (6.9a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_m &= \begin{bmatrix} \delta_c \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_c + \delta_{\mathcal{I}_c^1} \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m,1} & 1 & 0 \\ \mathbf{C}_{m,2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{m,1} \\ \delta_{\mathcal{I}_c^1} \\ \tilde{\varphi}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{D}_{m,2} \end{bmatrix} \mathbf{u}_m + \mathbf{F}_m^c \mathbf{d}_c + \mathbf{F}_m^\mathcal{L} \mathbf{d}_\mathcal{L} \\ &= \mathbf{C}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{D}_m \mathbf{u}_m + \mathbf{F}_m^c \mathbf{d}_c + \mathbf{F}_m^\mathcal{L} \mathbf{d}_\mathcal{L}, \end{aligned} \quad (6.9b)$$

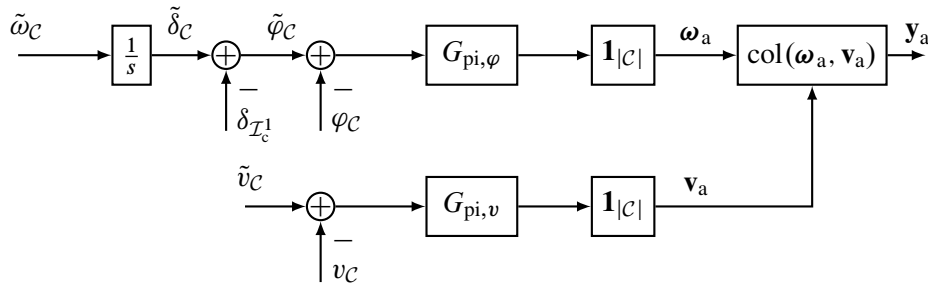


Abbildung 6.4: Blockschaltbild des Anschlusspunktreglers nach Zustandstransformation

dessen Ausgang aus dem absoluten Winkel δ_C und dem Spannungsbetrag am Anschlusspunkt v_C besteht. Dass die Referenzwinkelgeschwindigkeit $\tilde{\omega}_C = [1 \ 0] \mathbf{u}_m$ ausschließlich auf die Ableitung von $\tilde{\varphi}_C$ wirkt, ist an Abbildung 6.2 zu erkennen. Damit liegt das Microgridmodell in der Form vor, die für die Modellierung des Microgrid-Verbundnetzes gemäß Abbildung 6.3 benötigt wird. Die Systemmatrix von (6.9) hat nun einen Eigenwert in null, wie an ihrer Nullspalte ersichtlich ist. Dieser kann allerdings von den anderen Eigenwerten getrennt werden, indem eine Zustandstransformation durchgeführt wird, die den absoluten Referenzwinkel am Anschlusspunkt $\tilde{\delta}_C = \tilde{\varphi}_C + \delta_{T_c^1}$ als Zustand einfügt und den entsprechenden relativen Winkel $\tilde{\varphi}_C$ als Zustand entfernt. Anschaulich ändert diese Transformation das Blockschaltbild in Abbildung 6.2 wie in Abbildung 6.4 gezeigt ab. Der Eingang $\tilde{\omega}_C$ wirkt dann ausschließlich auf den Integratorzustand $\tilde{\delta}_C$, wie an Abbildung 6.4 aber auch an (6.9a) ersichtlich ist.

Sei n_m die Dimension von \mathbf{x}_m . Die beschriebene Zustandstransformation lautet dann

$$\mathbf{x}_{\tilde{m}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_m} & \mathbf{0}_{n_m \times 1} & \mathbf{0}_{n_m \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n_m} & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times n_m} & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_m = \mathbf{W} \mathbf{x}_m$$

und die Rücktransformation ist durch

$$\mathbf{x}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_m} & \mathbf{0}_{n_m \times 1} & \mathbf{0}_{n_m \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n_m} & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times n_m} & -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\tilde{m}} = \mathbf{V} \mathbf{x}_{\tilde{m}}$$

gegeben. Mit dieser Transformation wird (6.9) zu

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{\tilde{m}} &= \mathbf{W} \mathbf{A}_m \mathbf{V} \mathbf{x}_{\tilde{m}} + \mathbf{W} \mathbf{B}_m \mathbf{u}_m + \mathbf{W} \mathbf{E}_m^C \mathbf{d}_C + \mathbf{W} \mathbf{E}_m^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m,1} & -\mathbf{A}_{m,2} & \mathbf{A}_{m,2} \\ \mathbf{k}_x^T & -k_{\tilde{\varphi}} & k_{\tilde{\varphi}} \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\tilde{m}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_{m,1} \\ 0 & k_{u,2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_m + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,1}^C \\ \mathbf{k}_C^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d}_C + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,1}^{\mathcal{L}} \\ \mathbf{k}_C^{\mathcal{L}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \mathbf{A}_{\tilde{m}} \mathbf{x}_{\tilde{m}} + \mathbf{B}_{\tilde{m}} \mathbf{u}_{\tilde{m}} + \mathbf{E}_{\tilde{m}}^C \mathbf{d}_C + \mathbf{E}_{\tilde{m}}^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ \mathbf{y}_{\tilde{m}} = \mathbf{y}_m &= \underbrace{\mathbf{C}_m \mathbf{V}}_{=\mathbf{C}_{\tilde{m}}} \mathbf{x}_{\tilde{m}} + \mathbf{D}_m \mathbf{u}_m + \mathbf{F}_m^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_m^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \mathbf{C}_{\tilde{m}} \mathbf{x}_{\tilde{m}} + \mathbf{D}_{\tilde{m}} \mathbf{u}_{\tilde{m}} + \mathbf{F}_{\tilde{m}}^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_{\tilde{m}}^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \end{aligned}$$

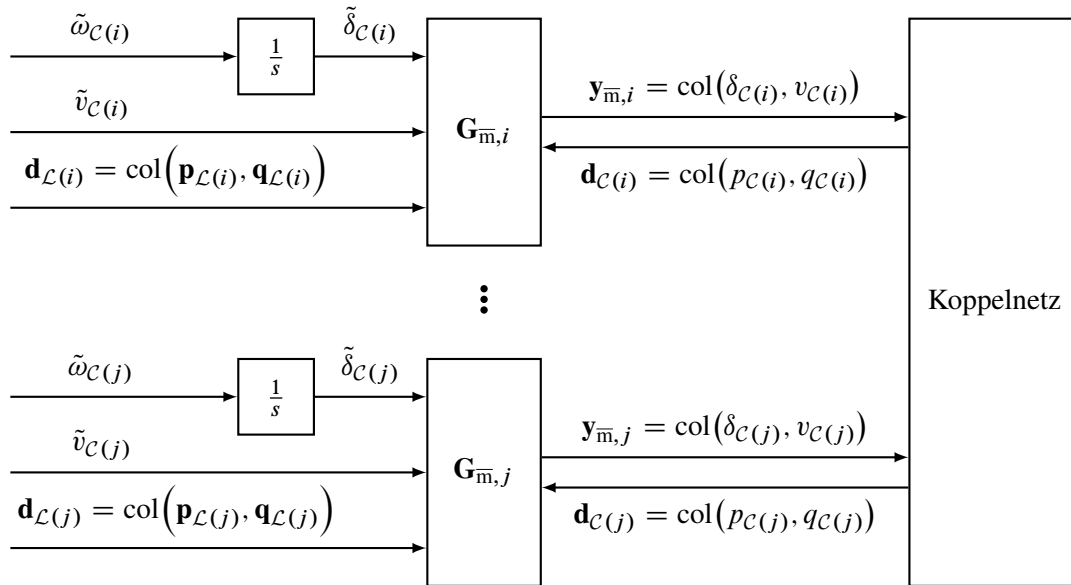


Abbildung 6.5: Blockschaltbild verkoppelter Microgrids mit getrennter Integratordynamik

und die Integratordynamik

$$\dot{\tilde{\delta}}_C = \tilde{\omega}_C \quad (6.10)$$

kann von der restlichen Dynamik

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{\bar{m}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m,1} & -\mathbf{A}_{m,2} \\ \mathbf{k}_x^\top & -k_{\tilde{\varphi}} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\bar{m}} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m,2} & \mathbf{B}_{m,1} \\ k_{\tilde{\varphi}} & k_{u,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_C \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,1}^C \\ \mathbf{k}_C^\top \end{bmatrix} \mathbf{d}_C + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,1}^{\mathcal{L}} \\ \mathbf{k}_C^\top \end{bmatrix} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \mathbf{A}_{\bar{m}} \mathbf{x}_{\bar{m}} + \mathbf{B}_{\bar{m}} \mathbf{u}_{\bar{m}} + \mathbf{E}_{\bar{m}}^C \mathbf{d}_C + \mathbf{E}_{\bar{m}}^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \end{aligned} \quad (6.11a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{\bar{m}} = \mathbf{y}_m &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m,1} & 1 \\ \mathbf{C}_{m,2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{m,1} \\ \delta_{\mathcal{L}^1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{D}_{m,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_C \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} + \mathbf{F}_m^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_m^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \mathbf{C}_{\bar{m}} \mathbf{x}_{\bar{m}} + \mathbf{D}_{\bar{m}} \mathbf{u}_{\bar{m}} + \mathbf{F}_{\bar{m}}^C \mathbf{d}_C + \mathbf{F}_{\bar{m}}^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \end{aligned} \quad (6.11b)$$

getrennt werden.

6.3.3 Verbundnetzmodell

Nun muss wieder zur bereits in der Einleitung dieses Abschnitts 6.3 verwendeten Notationsweise zur Beschreibung von Microgrid-Verbundnetzen gewechselt werden. Mit diesem Wechsel der Notationsweise kann in Abbildung 6.5 das Blockschaltbild verkoppelter Microgrids mit getrennter Integratordynamik angegeben werden, wobei $\mathbf{G}_{\bar{m},i}$ als Übertragungsfunktionsmatrix von (6.11) eingeführt wurde.

Für die Systemanalyse wird der Lastfluss auf dem Koppelnetz (6.5) um das flache Spannungsprofil herum linearisiert betrachtet. Nach [9] ergibt sich

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{p}_c \\ \mathbf{q}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{Im}(\mathbf{Y}_c) & \text{Re}(\mathbf{Y}_c) \\ -\text{Re}(\mathbf{Y}_c) & -\text{Im}(\mathbf{Y}_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_c \\ \mathbf{v}_c \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

wobei das Minus auf der linken Seite daher kommt, dass \mathbf{p}_c und \mathbf{q}_c als in das Microgrid eingespeiste Leistungen definiert und somit den in das Koppelnetz eingespeisten Leistungen entgegengesetzt orientiert sind. Mit der in (2.22) definierten Permutationsmatrix \mathbf{T}_p gilt

$$\mathbf{T}_p \begin{bmatrix} \mathbf{p}_c \\ \mathbf{q}_c \end{bmatrix} = \text{vec} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{p}_c^\top \\ \mathbf{q}_c^\top \end{bmatrix} \right) = \mathbf{d}_c, \quad \mathbf{T}_p \begin{bmatrix} \delta_c \\ \mathbf{v}_c \end{bmatrix} = \text{vec} \left(\begin{bmatrix} \delta_c^\top \\ \mathbf{v}_c^\top \end{bmatrix} \right) = \text{col}(\mathbf{y}_{\bar{m},i}),$$

sodass die Signale in (6.12) wie folgt umsortiert werden können:

$$\mathbf{d}_c = \mathbf{T}_p \begin{bmatrix} \text{Im}(\mathbf{Y}_c) & -\text{Re}(\mathbf{Y}_c) \\ \text{Re}(\mathbf{Y}_c) & \text{Im}(\mathbf{Y}_c) \end{bmatrix} \mathbf{T}_p^\top \text{col}(\mathbf{y}_{\bar{m},i}) = \tilde{\mathbf{Y}}_c \mathbf{y}_v. \quad (6.13)$$

Zusammenschalten der Microgrids ohne Integratordynamik (6.11) über das Koppelnetz (6.13) ergibt das lineare Modell des Microgrid-Verbundnetzes ohne Integratordynamiken. Dazu werden erst die Ausgangsgleichungen der Microgrids (6.11b) in (6.13) eingesetzt

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_c &= \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \text{col}(\mathbf{x}_{\bar{m},i}) + \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{D}_{\bar{m},i} \rangle \text{col}(\mathbf{u}_{\bar{m},i}) + \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^c \rangle \mathbf{d}_c + \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{x}_v + \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{D}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{u}_v + \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^c \rangle \mathbf{d}_c + \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \end{aligned}$$

und unter Verwendung von

$$\hat{\mathbf{Y}} = \left(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{Y}}_c \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^c \rangle \right)^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}_c \quad (6.14)$$

nach \mathbf{d}_c aufgelöst

$$\mathbf{d}_c = \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{x}_v + \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{D}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{u}_v + \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle \mathbf{d}_{\mathcal{L}}. \quad (6.15)$$

Mit (6.15) kann aus dem Modell der einzelnen Microgrids (6.11) das Modell des Microgrid-Verbundnetzes ohne Integratordynamik

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_v &= \langle \mathbf{A}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{x}_v + \langle \mathbf{B}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{u}_v + \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^c \rangle \mathbf{d}_c + \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \left(\langle \mathbf{A}_{\bar{m},i} \rangle + \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^c \rangle \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \right) \mathbf{x}_v + \left(\langle \mathbf{B}_{\bar{m},i} \rangle + \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^c \rangle \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{D}_{\bar{m},i} \rangle \right) \mathbf{u}_v \\ &\quad + \left(\langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle + \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^c \rangle \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle \right) \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \mathbf{A}_v \mathbf{x}_v + \mathbf{B}_v \mathbf{u}_v + \mathbf{E}_v^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \end{aligned} \quad (6.16a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_v &= \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{x}_v + \langle \mathbf{D}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{u}_v + \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^c \rangle \mathbf{d}_c + \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \\ &= \left(\mathbf{I} + \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^c \rangle \hat{\mathbf{Y}} \right) \left(\langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{x}_v + \langle \mathbf{D}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{u}_v + \langle \mathbf{F}_{\bar{m},i}^{\mathcal{L}} \rangle \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \right) \\ &= \mathbf{C}_v \mathbf{x}_v + \mathbf{D}_v \mathbf{u}_v + \mathbf{F}_v^{\mathcal{L}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}} \end{aligned} \quad (6.16b)$$

aufgestellt werden, dessen Eingang aus den Referenzwinkeln und Referenzspannungsbeträgen der Microgrids besteht $\mathbf{u}_V = \text{col}(\mathbf{u}_{\bar{m},i}) = \text{col}\left(\left[\tilde{\delta}_{C(i)} \quad \tilde{v}_{C(i)}\right]^\top\right)$. Zur Modellierung des Verbundnetzes bedarf es zusätzlich der Referenzwinkeldynamik (6.10) aller Microgrids

$$\dot{\tilde{\delta}}_C = \tilde{\omega}_C. \quad (6.17)$$

6.4 Stabilität von Microgrid-Verbundnetzen ohne Integratordynamik

Die Anschlusspunktregelung soll auf Basis des Microgridmodells entworfen werden. Dabei soll sichergestellt werden, dass das Microgrid-Verbundnetz ohne Integratordynamik beim Zusammenschalten der Microgrids stabil ist. Im Folgenden wird basierend auf dem Satz der kleinen Verstärkungen ein Kriterium angegeben, das ein solches Vorgehen ermöglicht. Es gewährleistet die Stabilität des Verbundnetzes ohne Integratordynamik und ähnelt dem in [49] hergeleiteten Resultat. Um den Satz der kleinen Verstärkungen anwenden zu können, wird die Eigendynamik des Microgrid-Verbundnetzes (6.16)

$$\dot{\mathbf{x}}_V = \mathbf{A}_V \mathbf{x}_V = \left(\langle \mathbf{A}_{\bar{m},i} \rangle + \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^C \rangle \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \right) \mathbf{x}_V \quad (6.18)$$

mit der Abkürzung

$$\hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{x}_V$$

zu

$$\dot{\mathbf{x}}_V = \langle \mathbf{A}_{\bar{m},i} \rangle \mathbf{x}_V + \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^C \rangle \hat{\mathbf{u}}$$

umformuliert, woraus sich nach Anwendung der Laplace-Transformation

$$\mathbf{x}_V = (s\mathbf{I} - \langle \mathbf{A}_{\bar{m},i} \rangle)^{-1} \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^C \rangle \hat{\mathbf{u}}$$

ergibt. Damit kann die Eigendynamik des Microgrid-Verbundnetzes wie in Abbildung 6.6 dargestellt als geschlossener Kreis interpretiert werden. Wird dieser bei $\hat{\mathbf{u}}$ geöffnet, ergibt sich die Übertragungsfunktionsmatrix des offenen Kreises zu

$$\mathbf{G}_{\hat{\mathbf{u}}} = \hat{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{C}_{\bar{m},i} \rangle (s\mathbf{I} - \langle \mathbf{A}_{\bar{m},i} \rangle)^{-1} \langle \mathbf{E}_{\bar{m},i}^C \rangle.$$

Da jedes Microgrid ohne Integratordynamik für sich stabil ist, ist es die Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}_{\hat{\mathbf{u}}}$ ebenso. Somit kann die Stabilität des geschlossenen Kreises und damit die Stabilität der Eigendynamik des Microgrid-Verbundnetzes ohne Integratordynamik (6.18) gemäß dem Satz der kleinen Verstärkungen, vgl. Abschnitt B.2, durch

$$\|\mathbf{G}_{\hat{\mathbf{u}}}\|_\infty < 1$$

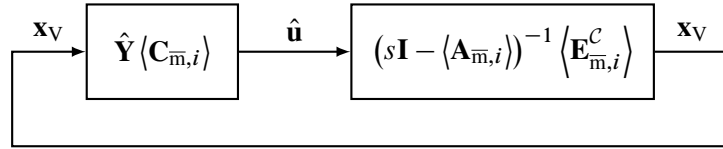


Abbildung 6.6: Interpretation der Dynamik des Microgrid-Verbundnetzes als geschlossener Kreis

gewährleistet werden. Mit der oberen Abschätzung

$$\|\mathbf{G}_{\hat{\mathbf{u}}}\|_{\infty} \leq \bar{\sigma}(\hat{\mathbf{Y}}) \max_{i \in \mathcal{M}} \left\| \mathbf{C}_{\bar{m},i} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{\bar{m},i})^{-1} \mathbf{E}_{\bar{m},i}^C \right\|_{\infty}$$

ergibt sich folgendes Resultat:

Satz 2 (Stabilität von Microgrid-Verbundnetzen ohne Integratordynamik) *Sind die Systemmatrizen der einzelnen Microgrids ohne Integratordynamik $\mathbf{A}_{\bar{m},i}$ stabil, folgt aus*

$$\left\| \mathbf{C}_{\bar{m},i} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{\bar{m},i})^{-1} \mathbf{E}_{\bar{m},i}^C \right\|_{\infty} < \frac{1}{\bar{\sigma}(\hat{\mathbf{Y}})} \quad (6.19)$$

die Stabilität des Microgrid-Verbundnetzes ohne Integratordynamik (6.16).

Die Stabilität von $\mathbf{A}_{\bar{m},i}$ wird von den jeweiligen Microgrid-Controllern sichergestellt, indem sie das jeweilige Microgrid überwachen und die Parameter der Leistungsregelung auf Microgridebene (Kapitel 5) und der Anschlusspunktregelung bei Bedarf anpassen. Um die Stabilität des Verbundnetzes ohne Integratordynamik sicherzustellen, müssen die Microgrid-Controller außerdem dafür Sorge tragen, dass die Bedingung (6.19) erfüllt wird. Dazu muss ihnen eine obere Schranke für $\bar{\sigma}(\hat{\mathbf{Y}})$ bekannt sein. Um diese aufzustellen, bedarf es nach (6.14) der Matrizen $\tilde{\mathbf{Y}}_C$ und $\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C$ für alle $i \in \mathcal{M}$, die von den Regelalgorithmen unabhängig sind. $\tilde{\mathbf{Y}}_C$ hängt ausschließlich davon ab, welche Microgrids mit dem Koppelnetz verbunden sind, und

$$\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C = \mathbf{F}_{m,i}^C = \mathbf{F}_{M,i}^C = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{\varphi}^T \\ \mathbf{s}_v^T \end{bmatrix} (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{e}_1) = [\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{e}_1^T] \mathbf{S}_i$$

mit \mathbf{S}_i aus (5.5) ist ausschließlich von der Umrichterkonstellation im Microgrid abhängig.

Mithilfe von Intervallmatrizen $[\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C]$ kann jeder Microgrid-Controller die Unsicherheit aufgrund der Umrichterkonstellation in dem ihm zugeordneten Microgrid beschreiben. Auf Basis dieser Intervallmatrizen kann daraufhin eine obere Schranke für $\bar{\sigma}(\hat{\mathbf{Y}})$ bestimmt werden.

6.5 Entwurf der Anschlusspunktregelung am Beispielsystem

Es wird wieder das in Abschnitt 2.4.2 beschriebene Verbundnetz betrachtet. Es wird angenommen, dass jedes Microgrid mit einer wie in Kapitel 5 beschriebenen Leistungsregelung betrieben

Tabelle 6.1: $\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C$ in Abhängigkeit der Umrichterkonstellation bei Linearisierung um das flache Spannungsprofil

Konstellation	Zugeschaltete Umrichter			$\text{vec}(\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C)$
	Umrichter 1	Umrichter 2	Umrichter 3	
1	1	0	0	$\begin{bmatrix} 0,0412 & 0,0720 & -0,0720 & 0,0412 \end{bmatrix}^T$
2	0	1	0	$\begin{bmatrix} 0,0311 & 0,0490 & -0,0490 & 0,0311 \end{bmatrix}^T$
3	0	0	1	$\begin{bmatrix} 0,0210 & 0,0260 & -0,0260 & 0,0210 \end{bmatrix}^T$
4	1	1	0	$\begin{bmatrix} 0,0282 & 0,0496 & -0,0496 & 0,0282 \end{bmatrix}^T$
5	1	0	1	$\begin{bmatrix} 0,0192 & 0,0267 & -0,0267 & 0,0192 \end{bmatrix}^T$
6	0	1	1	$\begin{bmatrix} 0,0181 & 0,0266 & -0,0266 & 0,0181 \end{bmatrix}^T$
7	1	1	1	$\begin{bmatrix} 0,0180 & 0,0268 & -0,0268 & 0,0180 \end{bmatrix}^T$

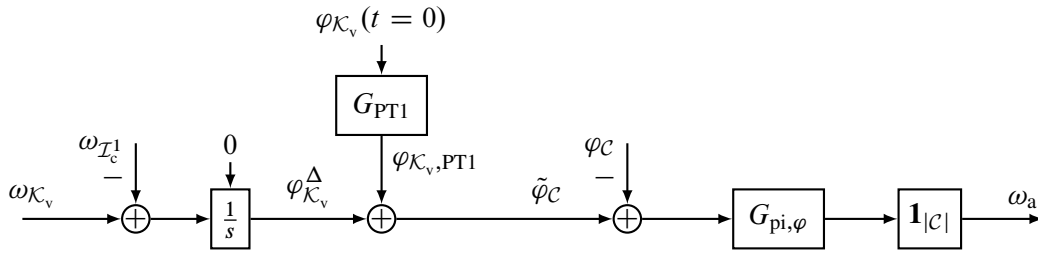
wird. Um das flache Spannungsprofil herum betrachtet, ergeben sich für $\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C$, die in Tabelle 6.1 angegebenen Werte, sodass die Unsicherheit von $\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C$ durch die Intervallmatrix

$$[\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,0180 & 0,0412 \\ 0,0260 & 0,0720 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,0720 & -0,0260 \\ 0,0180 & 0,0412 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

erfasst werden kann. Mit den Intervallmatrizen $[\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C]$ kann gemäß (6.14) die dann ebenfalls unsichere Matrix $\hat{\mathbf{Y}}$ berechnet werden. Diese hängt außerdem davon ab, welche Microgrids über das Koppelnetz miteinander verbunden sind. Wegen der durch die Intervallmatrix $[\mathbf{F}_{\bar{m},i}^C]$ eingeführten Unsicherheit werden für jede dieser Konstellationen mit der Matlab-Funktion *wcgain* untere und obere Schranken für den größten Singulärwert von $\hat{\mathbf{Y}}$ bestimmt und in Tabelle 6.2 dokumentiert. Die größte obere Schranke für $\bar{\sigma}(\hat{\mathbf{Y}})$, die für das Kriterium in Satz 2 heranzuziehen ist, entsteht im Beispielsystem, wenn alle Microgrids miteinander verbunden sind. Um die benötigte Rechenleistung bei großen Verbundnetzen zu reduzieren, könnte daher ähnlich wie in Kapitel 4

Tabelle 6.2: Schranken für den größten Singulärwert von $\hat{\mathbf{Y}}$ in Abhängigkeit der zugeschalteten Microgrids bei Linearisierung um das flache Spannungsprofil

Konstellation	Zugeschaltete Microgrids			$\bar{\sigma}(\hat{\mathbf{Y}})$	
	Microgrid 1	Microgrid 2	Microgrid 3	Untere Schranke	Obere Schranke
1	1	0	0	0	0,0001
2	0	1	0	0	0,0001
3	0	0	1	0	0,0001
4	1	1	0	23,9561	26,7877
5	1	0	1	18,4225	20,1745
6	0	1	1	23,9561	26,7877
7	1	1	1	26,6208	30,0335

Abbildung 6.7: Filterung von $\varphi_{K_v}(t = 0)$ zur Vermeidung großer Stellgrößen

heuristisch vorgegangen und nur dieser Fall zur Überprüfung der Stabilität mittels Satz 2 herangezogen werden. Obwohl eine ähnliche Intuition wie auch in Kapitel 4 diesen Vorschlag stützt, kann kein mathematischer Nachweis angegeben werden.

Die Parameter des Anschlusspunktreglers werden anhand des transformierten Microgridmodells ohne Integratordynamik (6.11) entworfen. Für die Eigenwerte von $\mathbf{A}_{\bar{m},i}$ wird ein Polbereich vorgegeben und das Stabilitätskriterium in Satz 2 fließt als Nebenbedingung bei der Parameterauslegung ein. Motiviert durch (6.18) und das Bauer-Fike-Theorem, e. g. [50], werden zusätzlich die größten Singulärwerte von $\mathbf{C}_{\bar{m},i}$ und $\mathbf{E}_{\bar{m},i}^c$ minimiert, um der Verschiebung der Eigenwerte beim Zusammenschalten der Microgrids entgegenzuwirken. Für das Beispielsystem gelingt es auf diese Weise, mit

$$G_{\text{pi},\varphi} = \frac{0,29s + 5,51}{s} \quad \text{und} \quad G_{\text{pi},v} = \frac{48,21s + 984,32}{s}$$

einen in p. u. angegebenen Anschlusspunktregler, vgl. Abbildung 6.2, zu entwerfen, der die Stabilität sowohl für das einzelne Microgrid (6.11) als auch für das Microgrid-Verbundnetz ohne Integratordynamik (6.16) gewährleistet.

6.6 Simulation der Synchronisierung eines Microgrids an ein Verbundnetz

Um die Bedingung in Satz 2 zu erfüllen, werden die P-Anteile der Anschlusspunktregelung benötigt. Wird das Microgrid als Teil eines Verbundnetzes betrieben, kann der Zustand $\tilde{\varphi}_c$ im Blockschaltbild in Abbildung 6.2 nicht springen, und der Regelfehler $\tilde{\varphi}_c - \varphi_c$ und damit auch die Stellsignale ω_a bleiben klein. Während des Synchronisierungsvorgangs wird beim Einschalten der Regelung dahingegen φ_{K_v} mit dem entsprechenden Ausgang der Phasenregelschleife initialisiert, vgl. Abbildung 6.1. Existiert dann ein Phasenversatz zwischen Microgrid und Verbundnetz, kann es beim Einschalten des Synchronisierungsreglers zu großen Regelfehlern $\varphi_{K_v} - \varphi_c$ kommen, die aufgrund der P-Anteile der Regelung direkt große Stellsignale ω_a nach sich ziehen. Um diese zu vermeiden, bietet es sich an, die Führungsgröße $\tilde{\varphi}_c$ durch eine Tiefpassfilterung des Winkels zum Einschaltzeitpunkt $\varphi_{K_v}(t = 0)$ allmählich auf den tatsächlichen Winkel φ_{K_v} anzuheben, wie in Abbildung 6.7 dargestellt.

Abbildung 6.8 zeigt die Simulation des Synchronisierungsprozesses für das Beispielsystem. Die Simulation startet aus dem sich einstellenden Zustand nach dem ersten Lastsprung in der Simulation in Abbildung 5.6. Der Synchronisierungsregler wird zum Zeitpunkt $t = 0,5$ s aktiviert. In diesem Augenblick eilt der Winkel des Verbundnetzes dem Winkel des Anschlussknotens um 90° voraus. Die Frequenz des Verbundnetzes beträgt 51 Hz und die Spannung 410 V. Die Simulation zeigt, dass die Frequenz, Winkel und Spannung am Anschlussknoten C stationär genau auf die Werte des Verbundnetzes geregelt werden, sodass Microgrid und Verbundnetz sich synchronisieren. Zum Zeitpunkt $t = 1,5$ s wird der Synchronisierungsvorgang durch eine erneute Anhebung der von den Lasten verbrauchten Leistung um 16 kW gestört. Es ist zu erkennen, dass diese erhebliche Störung schnell wieder ausgeregelt wird.

6.7 Leistungsregelung auf Verbundnetzebene

Durch die Anschlusspunktregelung kann die Spannung und die Winkelgeschwindigkeit an den Anschlusspunkten stationär genau vorgegeben werden. Das Koppelnetz soll dazu verwendet werden, nach Bedarf Leistung zwischen den Microgrids auszutauschen. Im Rahmen dieser Arbeit wird angenommen, dass die auszutauschende Leistung von einer übergeordneten Energiemanagement-Ebene bestimmt wird, z. B. in Abhängigkeit von Last- und Erzeugungsprognosen und der in den Akkumulatoren auf der DC-Seite gespeicherten Energie, vgl. Abbildung 1.2. Sind Lasten im Koppelnetz vorhanden, sollen die Microgrids diese Lasten untereinander aufteilen.

Anstatt eine überlagerte Energiemanagement-Ebene anzunehmen, könnten die Lastsituationen innerhalb der Microgrids herangezogen werden, um die auszutauschende Leistung zu bestimmen. Bspw. könnte wie in [49] eine verbundnetzweite Leistungsaufteilung angestrebt werden. Gegen diese Lösung spricht allerdings, dass eine möglichst dezentrale Nutzung der elektrischen Energie angestrebt wird, um Transportverluste zu minimieren. Außerdem ist eine Planungsebene, die Prognosen und gespeicherte Energien berücksichtigt, wünschenswert.

Um die zwischen den Microgrids ausgetauschte Leistung einzuregeln, wird die Verbundnetzregelung eingeführt, vgl. Abbildung 1.5. Diese bestimmt aufgrund der zwischen Koppelnetz und Microgrids ausgetauschten Wirk- und Blindleistungen $\mathbf{p}_C, \mathbf{q}_C$ die Referenzgrößen der Winkelgeschwindigkeiten $\tilde{\omega}_C$ und der Spannungsbeträge \tilde{v}_C an den Anschlusspunkten. Die Regelstrecke ist das Microgrid-Verbundnetz, das in die stabile Dynamik (6.16), im Folgenden beschrieben durch die Übertragungsfunktionsmatrix \mathbf{G}_V , und in die Integratoren (6.17) unterteilt wird. Abbildung 6.9 zeigt ein Blockschaltbild der Regelstrecke ergänzt um die Leistungsregelung auf Verbundnetzebene, die aus Regelgesetz \mathbf{G}_R und Filterung \mathbf{G}_F der gemessenen Leistungen über Verzögerungsglieder erster Ordnung besteht.

Die Zeitkonstanten von \mathbf{G}_F werden deutlich größer als die kleinste Zeitkonstante von \mathbf{G}_V gewählt. So kann zur Analyse der Verbundnetzregelung die Dynamik von \mathbf{G}_V vernachlässigt werden. Da wegen der I-Anteile der Anschlusspunktregelung δ_C und ω_C stationär genau auf $\tilde{\delta}_C$ und $\tilde{\omega}_C$ eingeregelt werden, beschreiben die Lastflussgleichungen (6.5) das für die Bestimmung von $\mathbf{p}_C, \mathbf{q}_C$ relevante stationäre Verhalten von \mathbf{G}_V . Durch die Filterungen \mathbf{G}_F kann somit jedes Microgrid aus

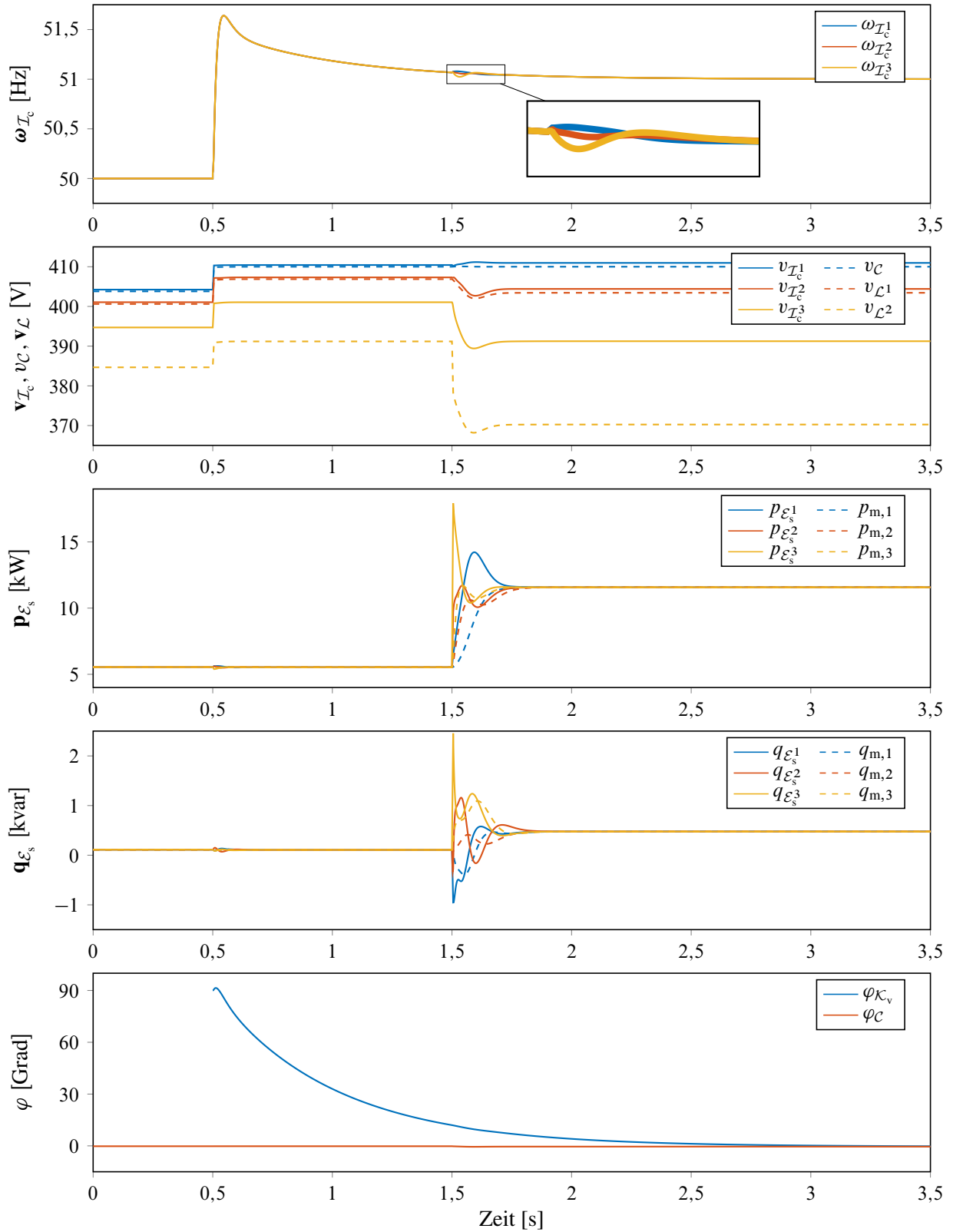


Abbildung 6.8: Synchronisierung eines Microgrids an ein Verbundnetz

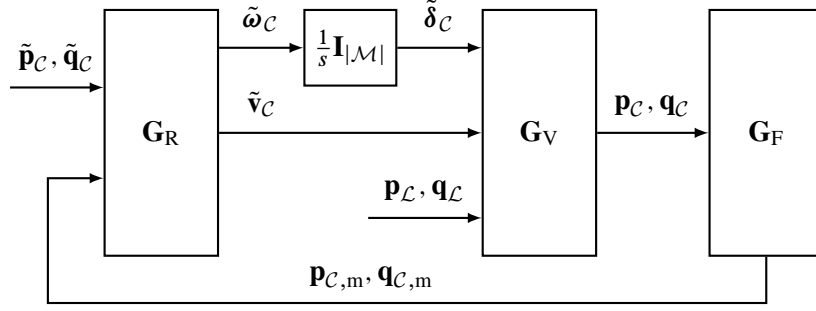


Abbildung 6.9: Blockschaltbild von Verbundnetzregelung G_R , G_F und Regelstrecke

Sicht der Verbundnetzregelung als steuerbare Spannungsquelle modelliert werden. Für den Entwurf der Leistungsregelung auf Verbundnetzebene ergibt sich daher das gleiche Streckenmodell, wie schon beim Entwurf der Leistungsregelung auf Microgridebene, vgl. Abschnitt 5.1. Damit kann die Verbundnetzregelung G_R wie die Leistungsregelung auf Microgridebene in Kapitel 5 entworfen werden. Die in dieser Arbeit beschriebenen Regelungsansätze können auf diese Weise auch dazu genutzt werden, Microgrid-Verbundnetze zu einem größeren Verbund zusammenzuschließen. Im folgenden Beispiel wird lediglich die erste Regelungsstufe der Verbundnetzregelung betrachtet, die der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Primärregelung gleicht.

6.8 Primäre Verbundnetzregelung am Beispielsystem

Es wird wieder das in Abschnitt 2.4.2 beschriebene Verbundnetz betrachtet, wobei die Microgridregelung nun auch die in Abschnitt 6.5 entworfene Anschlusspunktregelung beinhaltet. Um einen Eindruck davon zu vermitteln, wie sich die Eigenwerte der einzelnen Microgrids nach Zusammenschalten zu einem Verbundnetz verschieben, werden in Abbildung 6.10 die Eigenwerte der geregelten Microgrids im Inselmodus $G_{m,i}$, vgl. (6.11), mit den Eigenwerten des Microgrid-Verbundnetzes G_V , vgl. (6.16), verglichen, wobei wieder um das flache Spannungsprofil herum linearisiert wurde.

Angelehnt an die Primärregelung auf Microgridebene (5.9) wird für den Regler G_R

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}_i &= \omega_b + m_{p\omega,i} (p_{m,i} - \tilde{p}_i) + m_{q\omega,i} (q_{m,i} - \tilde{q}_i) , \\ \tilde{v}_i &= v_b + m_{pv,i} (p_{m,i} - \tilde{p}_i) + m_{qv,i} (q_{m,i} - \tilde{q}_i) , \quad i \in \mathcal{C}\end{aligned}$$

angesetzt, wobei \tilde{p}_i und \tilde{q}_i mit $i \in \mathcal{C}$ die Führungsgrößen der zwischen den Microgrids auszutauschenden Wirk- und Blindleistungen sind. Der Parameterentwurf wird auf Basis des ordnungsreduzierten Modells durchgeführt, in dem G_V durch die algebraischen Lastflussgleichungen ersetzt und jedes Microgrid als steuerbare Spannungsquelle modelliert wurde. Beim Parameterentwurf wird wie beim Entwurf der primären Leistungsregelung auf Microgridebene vorgegangen, vgl. Abschnitt 5.2.3. Dabei wird angenommen, dass die Eigenwerte von G_V bekannt sind, sodass durch die Wahl der Filterzeitkonstanten $\tau_{F,mp}$, $\tau_{F,mq}$ von G_F sichergestellt werden kann, dass die Eigenwerte von G_F rechts der Eigenwerte von G_V liegen. Im Beispielsystem wird dazu

Tabelle 6.3: Reglerparameter der primären Verbundnetzregelung in p. u.

Microgrid i	$m_{p\omega,i}$	$m_{pv,i}$	$m_{q\omega,i}$	$m_{qv,i}$	$\tau_{F,mp,i}$	$\tau_{F,mq,i}$
1	-0,0343	-1,7632	0,0626	2,1754	1,2732	0,6509
2	-0,0338	-1,1643	-0,0005	-0,3643	0,6368	0,6366
3	-0,0336	-1,0150	0,0068	0,0477	0,6367	0,6366

bei der Optimierung der Reglerparameter als Nebenbedingung $\tau_{F,mp,i} > 0,3183 \approx 100/\omega_b$ und $\tau_{F,mq,i} > 0,3183$ gefordert, sodass die Eigenwerte von \mathbf{G}_F rechts von $-1/0,3183 = -3,1416$ zu liegen kommen. Die resultierenden Reglerparameter sind in Tabelle 6.3 in p. u. angegeben.

In Abbildung 6.11 sind zwei Simulationen des geregelten Verbundnetzes dargestellt. Die durchgezogenen Linien entstammen einer Simulation mit dem detaillierten Verbundnetzmodell und die gestrichelten Linien einer Simulation mit dem ordnungsreduzierten Modell, das auch beim Reglerentwurf verwendet wurde. Beide Simulationen starten im flachen Spannungsprofil.

Bei der Simulation mit dem detaillierten Modell erhöht sich zum Zeitpunkt $t = 0,5$ s die erste Last im ersten Microgrid um 1 p. u. $\hat{=}$ 16 kW und bei $t = 1$ s erhöht sich die erste Last im dritten Microgrid um denselben Betrag. Die Simulation zeigt, dass diese erheblichen Änderungen innerhalb der Microgrids zu fast keiner Änderung der Spannungen an den Anschlusspunkten führt. Stationär nehmen die Spannungen an den Anschlusspunkten wieder ihre Sollwerte an. In der Abbildung ist fast nur durch den vergrößerten Bildausschnitt der Frequenz $\tilde{\omega}_c$ überhaupt eine Reaktion auf die Laständerungen zu erkennen. Da beim ordnungsreduzierten Modell jedes Microgrid als steuerbare Spannungsquelle modelliert wird, haben Ereignisse innerhalb der Microgrids keine Auswirkung auf die entsprechende Simulation. Damit bildet das ordnungsreduzierte Modell das Verhalten des detaillierten Modells bei Laständerungen innerhalb der Microgrids gut ab.

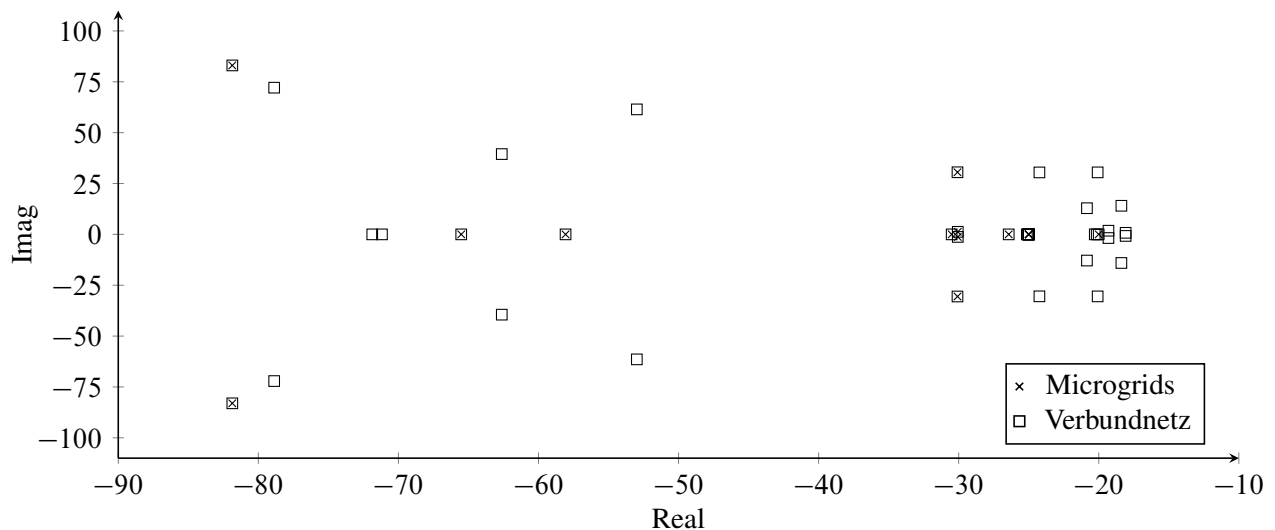


Abbildung 6.10: Eigenwerte der Microgrids im Inselmodus und des Verbundnetzes

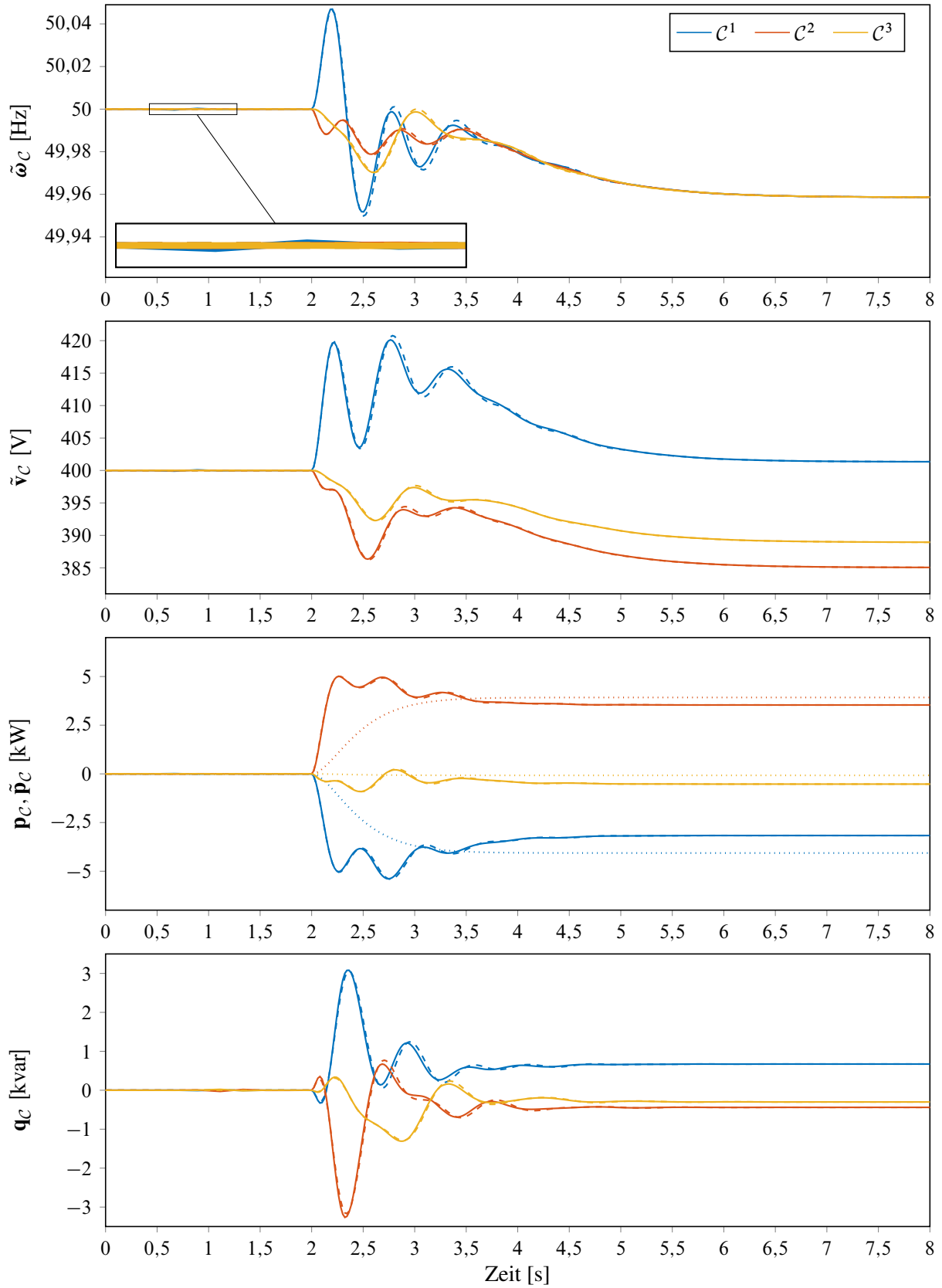


Abbildung 6.11: Simulation von Last- und Führungsgrößenänderungen im Verbundnetz mit detailliertem (durchgezogene Linien) und reduziertem Modell (gestrichelte Linien)

Zu Beginn der Simulation gilt für die Führungsgrößen des Verbundnetzreglers $\tilde{\mathbf{p}}_c = \tilde{\mathbf{q}}_c = \mathbf{0}$. Ab dem Zeitpunkt $t = 2$ s werden die Führungsgrößen der Wirkleistungen $\tilde{\mathbf{p}}_c$ entsprechend der in der Abbildung gepunkteten Linie geändert. Die Führungsgrößen der Blindleistung $\tilde{\mathbf{q}}_c$ bleiben null und sind daher nicht abgebildet. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass das ordnungsreduzierte Modell das detaillierte Modell auch im Führungsverhalten gut abbildet.

Insgesamt bekräftigen die Simulationsergebnisse den Vorschlag, das ordnungsreduzierte Modell für die Auslegung und Analyse der Verbundnetzregelung zu verwenden. Da das ordnungsreduzierte Modell dem in Abschnitt 5.1 aufgestellten Modell zur Analyse der Leistungsregelung innerhalb der Microgrids gleicht, können die in Kapitel 5 präsentierten Ergebnisse auf die Verbundnetzregelung übertragen werden. Um bspw. stationäre Genauigkeit in der Frequenz zu erzielen und die Leistung von Lasten im Verbundnetz stationär genau auf die Microgrids aufzuteilen, kann analog zur sekundären Leistungsregelung innerhalb der Microgrids, vgl. Abschnitt 5.3, eine sekundäre Verbundnetzregelung vorgesehen werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wird eine systemdynamische Analyse der Phasenregelschleife durchgeführt (Kapitel 3) und ein Konzept zur modellbasierten, netzseitigen Umrichterregelung in Microgrids und Microgrid-Verbundnetzen vorgeschlagen (Kapitel 4 bis 6). Durch die Einteilung des Energienetzes in Microgrids wird eine räumliche Dekomposition des Energienetzes erreicht und durch die Verwendung einer Kaskadenregelung erfolgt zusätzlich eine Trennung der Prozesse nach ihren Zeitkonstanten. Dadurch werden bei der Reglerauslegung gemäß dem Teile-und-herrsche-Prinzip immer nur Teile des Energienetzes betrachtet. Abbildung 7.1 zeigt die Regelungsebenen der Kaskadenregelung und die zugehörigen Regelziele.

Auf der untersten Ebene befindet sich die Spannungsregelung, die in Kapitel 4 beschrieben wird und zur Unterscheidung von anderen Spannungsregelkreisen im Folgenden als Spannungsregelung auf Umrichterebene bezeichnet wird. In Kombination mit einer Phasenregelschleife ermöglicht sie die Synchronisierung eines Umrichters an ein bestehendes Netz. Darüber hinaus können die Modelle der LC-Filter auf der nächsthöheren Regelungsebene, der in Kapitel 5 beschriebenen Leistungsregelung auf Microgridebene, dank der Spannungsregelung unberücksichtigt bleiben. Mit Satz 1 wird ein Stabilitätskriterium für das spannungsgeregelte Umrichternetzwerk gegeben, das dazu genutzt werden kann, die Spannungsregler dezentral auf Basis der Modelle der LC-Filter zu entwerfen und trotzdem die Stabilität des Gesamtsystems zu gewährleisten.

Um die Leistungsflüsse innerhalb des Microgrids zu beeinflussen, wird der Spannungsregelung auf Umrichterebene in Kapitel 5 die Leistungsregelung auf Microgridebene überlagert, die sich in eine dezentrale Primärregelung und eine innerhalb eines Microgrids zentrale Sekundärregelung aufteilt. Beide Regelungen werden auf Basis der Lastflussgleichungen des Microgrids entworfen. Für die Primärregelung wird eine im Vergleich zur üblichen Regelungsstruktur verallgemeinerte Struktur verwendet, um der Verkopplung der Lastflüsse im Niederspannungsnetz Rechnung zu tragen. Die Sekundärregelung basiert auf der Theorie der Ausgangsregulierung, die mit einem Beobachter kombiniert wird. Mit der Spannungsregelung auf Umrichterebene und der Leistungsregelung auf Microgridebene sind die für die Regelung eines Microgrids im Inselmodus erforderlichen netzseitigen Regelkreise beschrieben.

Ein Regelungskonzept für Energienetze bestehend aus mehreren Microgrids wird in Kapitel 6 präsentiert. Der Leistungsregelung auf Microgridebene wird eine Regelung der Spannung am Anschlusspunkt des Microgrids überlagert. Diese wird abkürzend Anschlusspunktregelung genannt und entspricht einer Spannungsregelung auf Microgridebene. Die Anschlusspunktregelung ermöglicht einerseits die Synchronisation eines Microgrids an ein bestehendes Netz und andererseits ermöglicht sie, das Microgrid aus Sicht der ihr überlagerten Verbundnetzregelung als steuerbare Spannungsquelle zu modellieren. Sie erfüllt somit ähnliche Zwecke wie die Spannungsregelung auf Umrichterebene. Durch die Anschlusspunktregelung gleicht das Modell zur Leistungsrege-

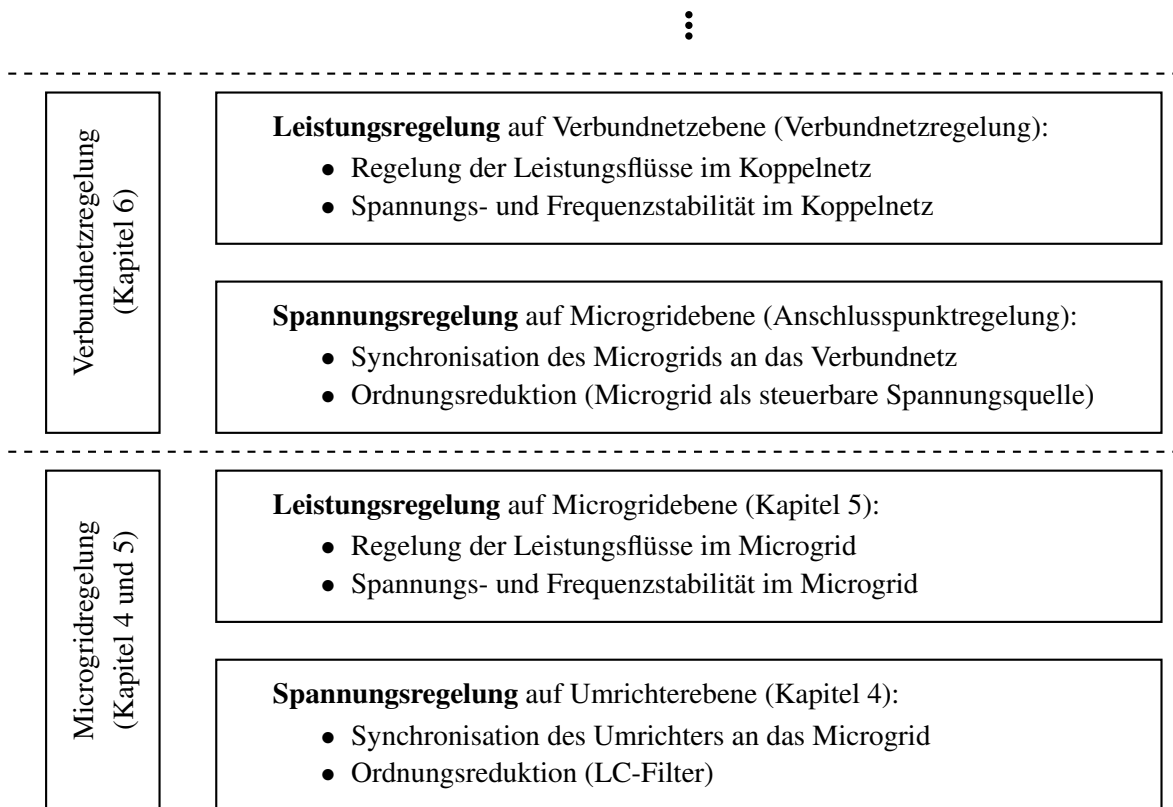


Abbildung 7.1: Überblick Regelungsebenen und Regelziele

lung auf Verbundnetzebene dem Modell zur Leistungsregelung auf Microgridebene und die in Kapitel 5 beschriebenen Regelungskonzepte können auch für die Verbundnetzregelung verwendet werden. Damit schließt sich der Kreis und die beschriebene und in Abbildung 7.1 erkennbare Kombination von Spannungs- und Leistungsregelung kann theoretisch beliebig oft überlagert werden, um Microgrid-Verbundnetze zu größeren Energienetzen zusammenzufassen. Mit Satz 2 wird ein Stabilitätskriterium für das Microgrid-Verbundnetz angegeben, das dazu verwendet werden kann, beim Entwurf der Spannungsregelung auf Microgridebene die Stabilität des Verbundnetzes sicherzustellen.

Obwohl ein in sich geschlossenes Regelungskonzept präsentiert wird, bleiben viele Forschungsfragen offen. So wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht diskutiert, wie die Leistungsregelung auf Microgridebene anzupassen ist, wenn einzelne Umrichter sich vom Microgrid trennen. Einerseits muss dazu die vom sich trennenden Umrichter eingespeiste Leistung auf null geregelt werden und andererseits müssen die Anforderungen an die Dynamik des Microgrids nach Abschalten des Umrichters weiterhin erfüllt sein. Beim Entwurf der Leistungsregelung auf Microgridebene wäre es daher interessant, nach Reglern zu suchen, die möglichst bei jeder Umrichterkonstellation die Anforderungen erfüllen. Alternativ müssen sich in Abhängigkeit der Umrichterkonstellation auch die Regler auf Microgridebene ändern. Wie der Wechsel zwischen zwei Reglern aussehen könnte, ist noch auszuarbeiten.

Eine weitere interessante Forschungsfrage ist, wie mit der Nichtlinearität der Modelle umzugehen ist. In dieser Arbeit wurden ausschließlich Niederspannungsnetze betrachtet, die gut zu linearisieren sind. Bei der Zusammenfassung vieler Microgrids zu einem großen Energienetz mit auch höheren Spannungsebenen wird der Linearisierungsfehler jedoch größer. Es existieren viele Arbeiten zur nichtlinearen Regelung von Energienetzen, sodass sich die Frage stellt, ob entsprechende Ergebnisse auch in das hier beschriebene Regelungskonzept einfließen können.

Da sich diese Arbeit auf umrichterbasierte Netze beschränkt, besteht eine weitere offene Forschungsfrage darin, konventionelle Generatoren in das Regelungskonzept zu integrieren. Obwohl der Anteil der durch Umrichter eingespeisten Energie in Zukunft weiter ansteigen wird, werden konventionelle Generatoren auf absehbare Zeit noch eine wesentliche Rolle spielen. Bei der Betrachtung von Microgrids, die im Notfall auch im Inselmodus betrieben werden sollen, sind Notstromaggregate heute noch nicht wegzudenken.

Ein für die unmittelbare Anwendung der präsentierten Ergebnisse größeres Hindernis ist, dass das beschriebene Vorgehen vollständig modellbasiert ist. In der Praxis sind geeignete Modelle aber oft nicht vorhanden und ein modellbasiertes Vorgehen bei der Reglerauslegung für Erneuerbare-Energien-Anlagen daher bislang unüblich. Somit stellt sich die Frage, wie in Anbetracht der fehlenden Modelle vorzugehen ist. Wie können für die Reglerauslegung nutzbare Modelle gewonnen werden? Können auf Basis der strukturellen Eigenschaften der Modelle heuristische Vorgehensweisen für die Reglerauslegung abgeleitet werden, sodass neue dezentrale Energieerzeuger die Stabilität des Gesamtnetzes möglichst nicht negativ beeinflussen?

Da in dieser Arbeit ausschließlich mit Simulationen und Modellen gearbeitet wurde, wäre die experimentelle Verifizierung des präsentierten Regelungskonzeptes ein sinnvoller nächster Schritt. Mittlerweile haben viele Universitäten und Forschungseinrichtungen eigene Microgrid-Labore aufgebaut, vgl. bspw. [5, 47, 61]. Diese werden in der Regel mit der Spannung der realen Niederspannungsnetze betrieben. Derartige Netznachbildungen verursachen hohe Kosten und sind darüber hinaus aufgrund des gefährlichen Spannungsniveaus für Lehrzwecke oft ungeeignet. Ein Aufbau mit ungefährlichen Kleinstspannungen wäre für Lehr- und Demonstrationszwecke vorzuziehen. Da die mathematischen Modelle und die prinzipielle Funktionsweise der Algorithmen vom Spannungsniveau unabhängig sind, können auch neue Konzepte in einem ersten Versuch mit Kleinstspannungen getestet werden. Die geringen Kosten und der geringe Platzbedarf eines solchen Aufbaus ermöglichen schließlich auch Versuche mit vielen dezentralen Erzeugungseinheiten trotz begrenztem Ressourceneinsatz, was insbesondere für das Testen der in Kapitel 6 beschriebenen Verbundnetzregelung vorteilhaft ist.

Aufgrund dieser Überlegungen wurde der in [45] vorgestellte und in Abbildung 7.2 gezeigte Prüfstand im Rahmen einer studentischen Arbeit [114] entwickelt. Der Prüfstand basiert auf dem TAPAS Umrichter-Board³ von Siemens in Kombination mit Raspberry Pi (Zero W). In Abbildung 7.2 sind links die *Decentralized Energy Systems* (DES) zu sehen, denen das in Abbildung 1.3 gezeigte Schaltdiagramm zugrunde liegt. Die Raspberry Pi kommunizieren über das *Serial Peripheral Interface* (SPI) mit den TAPAS Umrichter-Boards und per Wireless LAN mit einem Com-

³Siehe <https://github.com/SDI-SoftwareDefinedInverter/TAPAS> für Informationen zum Umrichter-Board.

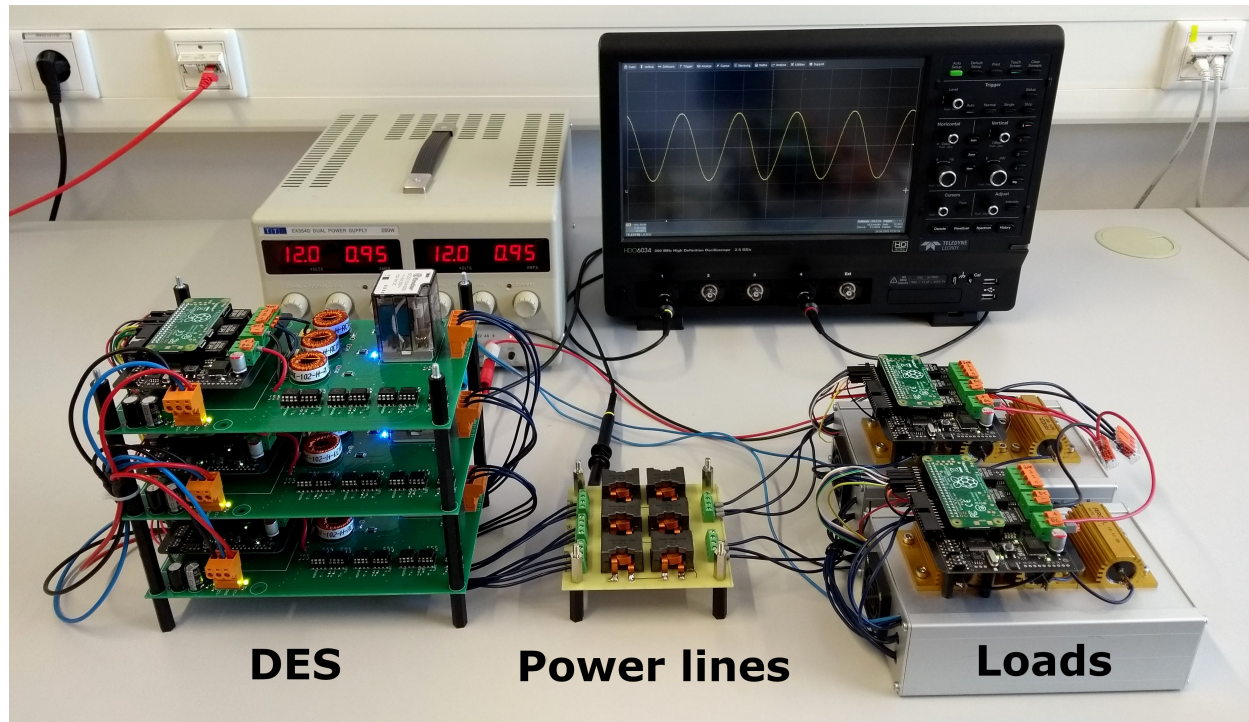


Abbildung 7.2: Prüfstand mit Kleinstspannungen [45]

puter, von dem aus das Netz gesteuert wird und auf dem die höheren Regelungsebenen implementiert werden können. In der Mitte der Abbildung sind die Stromleitungen zu sehen, die mit kleinen Induktivitäten und Widerstandsdraht aufgebaut sind. Auf der rechten Seite des Bildes befinden sich schließlich die Lasten, deren Impedanzen vom Computer aus verändert werden können. Um den Aufbau möglichst unkompliziert zu halten, werden dazu ebenfalls TAPAS Umrichter-Boards und Raspberry Pis verwendet. Bisher wurden am Versuchsstand die Spannungsregelung und die primäre Leistungsregelung implementiert, wie in [45] und [114] dokumentiert ist.

A Mathematischer Anhang

A.1 Kronecker-Produkt

Das Kronecker-Produkt von zwei Matrizen $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ ist definiert durch

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = (a_{ij} \cdot \mathbf{B}) = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \dots & a_{1n}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\mathbf{B} & \dots & a_{mn}\mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

Für Matrizen $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times r}$ und $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{r \times s}$ gilt

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{B} \otimes \mathbf{D}) = (\mathbf{AB} \otimes \mathbf{CD}). \quad (\text{A.1})$$

Diese und weitere Eigenschaften des Kronecker-Produkts sind bspw. in [6] (Kapitel 12) und [11] zusammengetragen.

A.2 Wiederkehrende Berechnungen

A.2.1 Ableitung der dq-Transformationsmatrix

Die dq-Transformation wird zu

$$\mathbf{T}_{dq}(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

definiert. Für die Ableitung derselben gilt

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{T}_{dq}(\theta)}{dt} &= \dot{\theta} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\cos(\theta) & -\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \\ &= \dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{dq}(\theta). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

A.2.2 Park-Transformation eines in abc-Koordinaten abgeleiteten Signals

Für die Transformation in dq-Koordinaten eines in abc-Koordinaten abgeleiteten Signals \mathbf{x}_{abc} gilt

$$\mathbf{T}_{dq}(\theta) \frac{d\mathbf{x}_{abc}}{dt} = \frac{d\mathbf{x}_{dq}}{dt} - \dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{dq}. \quad (\text{A.3})$$

Dies folgt aus

$$\frac{d\mathbf{x}_{dq}}{dt} = \frac{d\mathbf{T}_{dq}(\theta)\mathbf{x}_{abc}}{dt} = \frac{d\mathbf{T}_{dq}(\theta)}{dt}\mathbf{x}_{abc} + \mathbf{T}_{dq}(\theta)\frac{d\mathbf{x}_{abc}}{dt} \stackrel{(A.2)}{=} \dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{dq} + \mathbf{T}_{dq}(\theta)\frac{d\mathbf{x}_{abc}}{dt}$$

durch Umstellung.

A.3 Isomorphismus zwischen komplexen und reellen Matrizen

Jede komplexe Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times m}$ kann über

$$\mathbf{A}_{\text{Re}} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{A}) & -\text{Im}(\mathbf{A}) \\ \text{Im}(\mathbf{A}) & \text{Re}(\mathbf{A}) \end{bmatrix}$$

in eine reelle Matrix $\mathbf{A}_{\text{Re}} \in \mathbb{R}^{2n \times 2m}$ transformiert werden. Mit dieser Transformation gilt für komplexe Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ passender Dimension

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{C} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{A}_{\text{Re}} = \mathbf{B}_{\text{Re}}\mathbf{C}_{\text{Re}}.$$

Weitere Eigenschaften dieser Transformation sind bspw. in [83] (Lemma 15.3) zu finden.

A.4 Graphen

Graphen sind in vielen Bereichen ein etabliertes und nicht mehr wegzudenkendes Werkzeug. Einen nicht allzu technischen Überblick über die vielfältigen Anwendungen der Graphentheorie gibt bspw. [78]. Graphen können durch Matrizen beschrieben und daher mit Methoden der linearen Algebra analysiert werden. Die Grundlagen der Graphentheorie werden bspw. in [16, 33, 73, 104] behandelt. Für die Zwecke dieser Arbeit reichen allerdings die im Folgenden dargelegten Zusammenhänge.

Ein Graph \mathcal{G} wird durch seine Knotenmenge $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_n\}$ und durch seine Kantenmenge $\mathcal{E} = \{e_1, \dots, e_n\}$ definiert: $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$. Die Kanten werden durch Knotenpaare beschrieben. Ist ein Knotenpaar Element der Kantenmenge $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$, so existiert eine Kante von Knoten i zu Knoten j . Existiert zu jeder Kante $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ eine in die entgegengesetzte Richtung orientierte Kante $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$, so wird von einem ungerichteten Graphen gesprochen. Andernfalls handelt es sich um einen gerichteten Graphen.

Die Inzidenzmatrix beschreibt, welche Knoten im Graphen miteinander verbunden sind. Für einen schleifenfreien gerichteten Graphen $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ ist die Inzidenzmatrix $\mathbf{B} = (b_{ij})$ wie folgt definiert

$$b_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{für } e_j = (v_i, v_k), k \in \mathcal{V}, \\ 0 & \text{für } v_i \notin e_j, \\ -1 & \text{für } e_j = (v_k, v_i), k \in \mathcal{V}. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Jede Spalte j der Inzidenzmatrix beschreibt somit eine Kante des Graphen. In dieser Spalte ist der Startknoten a der Kante durch $b_{aj} = 1$ und der Endknoten b durch $b_{bj} = -1$ gekennzeichnet. Alle anderen Einträge der Spalte sind null.

A.5 Die Funktion arctan2

Die Funktion arctan2 wurde eingeführt, um die Überführung komplexer Zahlen in ihre Polarform zu vereinfachen, vgl. bspw. [27]. Da die einfache arctan-Funktion einen auf $] -\pi/2, \pi/2[$ beschränkten Wertebereich hat, sind Fallunterscheidungen notwendig, um den Winkel $\angle z$ einer komplexen Zahl $z = a + jb$ zu berechnen

$$\angle z = \begin{cases} \arctan(\frac{b}{a}) & \text{für } a > 0, \\ \arctan(\frac{b}{a}) + \pi & \text{für } a < 0, b \geq 0, \\ \arctan(\frac{b}{a}) - \pi & \text{für } a < 0, b < 0, \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0, \\ 0 & \text{für } a = 0, b = 0, \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

wobei $\angle z = 0$ für $a = b = 0$ definiert wurde, um den Definitionsbereich zu vervollständigen. Die Funktion arctan2 fasst (A.5) zusammen, sodass

$$\arctan2(a, b) = \angle z$$

gilt. Die Reihenfolge der Argumente von arctan2 kann auch andersherum definiert werden.

A.6 Singulärwerte und ihre Interpretation

A.6.1 Singulärwertzerlegung

Jede Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{q \times p}$ kann über die Singulärwertzerlegung als Produkt dreier Matrizen

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$$

dargestellt werden, e. g. [101]. Dabei sind $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{q \times q}$ und $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{p \times p}$ unitäre Matrizen und für die Adjungierte von \mathbf{V} gilt daher $\mathbf{V}^H = \mathbf{V}^{-1}$. Die Matrix $\mathbf{\Sigma}$ hat des weiteren die Form

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \langle \sigma \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{q \times p},$$

wobei $\sigma \in \mathbb{R}^m$ mit $m = \min\{p, q\}$ der Vektor der Singulärwerte der Matrix \mathbf{A} ist. Die Singulärwerte sind positiv und der Größe nach sortiert $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \sigma_m \geq 0$. Der größte Singulärwert der Matrix \mathbf{A} wird auch als $\bar{\sigma}(\mathbf{A})$ und der kleinste als $\underline{\sigma}(\mathbf{A})$ bezeichnet.

Die Spalten von \mathbf{U} heißen Links-Singulärvektoren \mathbf{u}_i und die Spalten von \mathbf{V} heißen Rechts-Singulärvektoren \mathbf{v}_i . Da es sich bei \mathbf{U} und \mathbf{V} um unitäre Matrizen handelt, sind die Singulärvektoren orthonormal zueinander. Bei einer reellen Matrix \mathbf{A} können die Singulärvektoren reell gewählt werden.

A.6.2 Interpretation der Singulärwerte

Eine gute Interpretation der Singulärwertzerlegung für Regelungstechniker liefert [101]. Mithilfe der Singulärwertzerlegung kann die Abbildung $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ auch zu

$$\begin{aligned} \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{x} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^H\mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_p^H\mathbf{x} \end{bmatrix} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \langle \sigma \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^H\mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_p^H\mathbf{x} \end{bmatrix} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_q] \begin{bmatrix} \sigma_1 \mathbf{v}_1^H\mathbf{x} \\ \vdots \\ \sigma_m \mathbf{v}_m^H\mathbf{x} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &= \sum_{i=1}^m \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^H\mathbf{x} \end{aligned}$$

notiert werden. Die Skalare $\mathbf{v}_i^H\mathbf{x}$ geben die Länge von \mathbf{x} in Richtung des Vektors \mathbf{v}_i an. Diese Längen $\mathbf{v}_i^H\mathbf{x}$ werden mit dem zugehörigen Singulärwert σ_i multipliziert, weshalb der Links-Singulärvektor \mathbf{v}_i auch als Eingangsrichtung des i -ten Singulärwertes bezeichnet wird. Diese um σ_i verstärkte Länge der Projektion von \mathbf{x} auf \mathbf{v}_i wird schließlich mit \mathbf{u}_i multipliziert, sodass ein in Richtung von \mathbf{u}_i zeigender Vektor entsteht. Daher wird \mathbf{u}_i auch als Ausgangsrichtung des i -ten Singulärwertes bezeichnet. Der Vektor \mathbf{y} ergibt sich schließlich aus der Summe der auf diese Weise erzeugten m Vektoren.

Aufgrund dieser Überlegungen erschließt sich, dass der größte Singulärwert $\bar{\sigma}(\mathbf{A})$ die größtmögliche Verstärkung der Matrix \mathbf{A} angibt:

$$\max_{\mathbf{x} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} = \max_{\|\mathbf{x}\|_2=1} \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 = \bar{\sigma}(\mathbf{A}).$$

Entsprechend gibt für $q \geq p$ der kleinste Singulärwert die minimale Verstärkung der Matrix an:

$$\min_{\mathbf{x} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} = \min_{\|\mathbf{x}\|_2=1} \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 = \underline{\sigma}(\mathbf{A}) \quad \text{für } q \geq p.$$

Für $q < p$ gibt es hingegen immer Eingangsrichtungen, die sich nicht auf den Ausgang auswirken. Diese Pfade werden durch die Singulärwerte nicht erfasst.

A.6.3 Singulärwerte von Blockdiagonalmatrizen

Für den größten Singulärwert einer Blockdiagonalmatrix $\mathbf{A} = \langle \mathbf{A}_i \rangle$ mit $i = 1, \dots, n$ gilt

$$\bar{\sigma}(\mathbf{A}) = \max_i (\bar{\sigma}(\mathbf{A}_i)). \quad (\text{A.6})$$

Um dies zu erkennen, wird die Singulärwertzerlegung auf jeden Block der Blockdiagonalmatrix angewendet

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = \langle \mathbf{A}_i \rangle &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{V}_1^H & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_2 \boldsymbol{\Sigma}_2 \mathbf{V}_2^H & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{U}_n \boldsymbol{\Sigma}_n \mathbf{V}_n^H \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Sigma}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \boldsymbol{\Sigma}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^H & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_2^H & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{V}_n^H \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Nun können die Singulärwerte in $\langle \boldsymbol{\Sigma}_i \rangle$ mit zwei Permutationsmatrizen \mathbf{P}_L und \mathbf{P}_R so umgeordnet werden, dass sie der Größe nach sortiert auf der Hauptdiagonalen erscheinen

$$\mathbf{P}_L \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Sigma}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \boldsymbol{\Sigma}_n \end{bmatrix} \mathbf{P}_R = \begin{bmatrix} \langle \sigma \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Mit (A.8) wird aus (A.7)

$$\langle \mathbf{A}_i \rangle = \langle \mathbf{U}_i \rangle \mathbf{P}_L^T \begin{bmatrix} \langle \sigma \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{P}_R^T \langle \mathbf{V}_i^H \rangle = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \langle \sigma \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^H. \quad (\text{A.9})$$

Da die Permutationsmatrizen in $\mathbf{U}_i \mathbf{P}_L^T$ lediglich die Spalten und in $\mathbf{P}_R^T \langle \mathbf{V}_i^H \rangle$ lediglich die Zeilen vertauschen, sind \mathbf{U} und \mathbf{V} unitäre Matrizen und damit ist (A.9) die Singulärwertzerlegung der Blockmatrix $\langle \mathbf{A}_i \rangle$. Da σ die Singulärwerte aller Blöcke \mathbf{A}_i enthält, gilt

$$\bar{\sigma}(\mathbf{A}) = \max_i (\bar{\sigma}(\mathbf{A}_i)).$$

A.7 H_∞ -Systemnorm

Die H_∞ -Systemnorm, e. g. [101], ist für stabile, propere, rationale Übertragungsfunktionsmatrizen $\mathbf{G}(s)$ als der größte Singulärwert über alle Frequenzen definiert

$$\|\mathbf{G}(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)).$$

Da der größte Singulärwert einer Matrix der maximalen Verstärkung der Matrix entspricht, vgl. Abschnitt A.6.2, entspricht die H_∞ -Systemnorm der maximalen Verstärkung des Systems \mathbf{G} über alle Frequenzen. Mit der 2-Norm eines quadratisch integrierbaren Signals $\mathbf{x}(t)$

$$\|\mathbf{x}(t)\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \sum_i |x_i(\tau)|^2 d\tau}$$

gilt für $\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u}$

$$\|\mathbf{G}(s)\|_{\infty} = \max_{\mathbf{u}(t) \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{y}(t)\|_2}{\|\mathbf{u}(t)\|_2} = \max_{\|\mathbf{u}(t)\|_2=1} \|\mathbf{y}(t)\|_2 .$$

Bei der H_{∞} -Systemnorm handelt sich um eine submultiplikative Norm:

$$\|\mathbf{G}_1(s) \cdot \mathbf{G}_2(s)\|_{\infty} \leq \|\mathbf{G}_1(s)\|_{\infty} \cdot \|\mathbf{G}_2(s)\|_{\infty} .$$

Die in Abschnitt A.6.3 angegebene Gleichung (A.6) für den maximalen Singulärwert einer Blockdiagonalmatrix überträgt sich auf die H_{∞} -Norm von dynamischen Systemen mit blockdiagonaler Transferfunktionsmatrix. Für ein dynamisches System mit blockdiagonaler Transferfunktionsmatrix $\mathbf{G} = \langle \mathbf{G}_i \rangle$ gilt

$$\begin{aligned} \|\mathbf{G}\|_{\infty} &= \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)) = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \max_i \{\bar{\sigma}(\mathbf{G}_i(j\omega))\} \\ &= \max_i \{\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(\mathbf{G}_i(j\omega))\} = \max_i \{\|\mathbf{G}_i\|_{\infty}\} . \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Um die Resultate dieser Arbeit zu verstehen, reichen im wesentlichen die dargelegten Zusammenhänge aus. Daher werden die mathematischen Hintergründe, die in der Funktionalanalysis liegen, nicht beschrieben. Dem interessierten Leser sei allerdings [65] als für Ingenieure geeigneter Einstieg in die Funktionalanalysis empfohlen.

A.8 Pseudoinverse

Jeder reellen oder komplexen Matrix \mathbf{A} ist eine eindeutige Pseudoinverse \mathbf{A}^+ zugeordnet. Für eine reelle Matrix \mathbf{A} mit vollem Spaltenrang gilt

$$\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^{\top} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^{\top}$$

und

$$\mathbf{A}^+ \mathbf{A} = \mathbf{I} .$$

Für eine ausführlichere Diskussion der Pseudoinverse und ihrer Eigenschaften, vgl. bspw. [101].

B Regelungstechnischer Anhang

B.1 Beobachtbarkeit und Beobachterentwurf

Die Idee, den Zustand eines dynamischen Systems mithilfe eines Modells der Strecke zu beobachten, geht auf Luenberger zurück, der seine Theorie in [62, 63, 64] beschreibt. Heute wird der Beobachterentwurf auch in regelungstechnischen Lehrbüchern behandelt, bspw. [17, 25, 81, 67, 106]. Hier werden der Vollständigkeit halber die in der Arbeit benötigten Zusammenhänge angegeben. Sie sind den genannten Quellen und insbesondere [67] und [25] entnommen, wo auch die hier ausgelassenen Herleitungen zu finden sind.

Ein dynamisches System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t = 0) \quad (\text{B.1a})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (\text{B.1b})$$

heißt *vollständig beobachtbar*, wenn der Anfangszustand \mathbf{x}_0 aus dem über einen endlichen Zeitintervall $[0, t_e]$ bekannten Verlauf der Eingangsgrößen \mathbf{u} und Ausgangsgrößen \mathbf{y} bestimmt werden kann [67]. Zwei Beobachtbarkeitskriterien werden im Verlauf der Arbeit benötigt.

Satz 3 (Beobachtbarkeitskriterium von Kalman) *Ein System (B.1) mit Systemmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist genau dann vollständig beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{S}_b vollen Rang n hat:*

$$\text{Rang}(\mathbf{S}_b) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} = n.$$

Satz 4 (Beobachtbarkeitskriterium von Hautus) *Ein System (B.1) ist genau dann vollständig beobachtbar, wenn für alle Eigenwerte λ_i der Systemmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Bedingung*

$$\text{Rang} \left(\begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \right) = n$$

erfüllt ist.

Der *vollständige Luenberger Beobachter* für (B.1) ist durch

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}\mathbf{y} \quad (\text{B.2})$$

gegeben, wobei \mathbf{L} die zu wählende Rückführmatrix des Beobachters ist. Für den Beobachtungsfehler $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = \mathbf{0}$$

für beliebige Anfangszustände des Beobachters und des Systems genau dann, wenn die Matrix $\mathbf{A} - \mathbf{LC}$ Hurwitz ist. Handelt es sich bei (B.1) um ein vollständig beobachtbares System, können die Eigenwerte von $\mathbf{A} - \mathbf{LC}$ durch eine entsprechende Wahl von \mathbf{L} beliebig platziert werden.

Wird ein Teil des Systemzustands \mathbf{x} gemessen, so muss dieser durch den Beobachter nicht rekonstruiert werden und es kann statt des vollständigen Beobachters (B.2) ein *reduzierter Beobachter* verwendet werden. Für das dynamische System

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (\text{B.3a})$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3b})$$

mit Zustand $\mathbf{x} = \text{col}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in \mathbb{R}^n$ und Messvektor $\mathbf{y} = \mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^r$ lautet der reduzierte Beobachter mit dynamischer Ordnung $n - r$

$$\frac{d\tilde{\mathbf{x}}_2}{dt} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{LA}_{12}) \tilde{\mathbf{x}}_2 + (\mathbf{B}_2 - \mathbf{LB}_1) \mathbf{u} + (\mathbf{A}_{21} - \mathbf{LA}_{11} + (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{LA}_{12}) \mathbf{L}) \mathbf{y} \quad (\text{B.4a})$$

$$\hat{\mathbf{x}}_2 = \tilde{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{Ly}. \quad (\text{B.4b})$$

Der Beobachterfehler des reduzierten Beobachters geht asymptotisch gegen null, wenn die Matrix $\mathbf{A}_{22} - \mathbf{LA}_{12}$ Hurwitz ist. Die Eigenwerte von $\mathbf{A}_{22} - \mathbf{LA}_{12}$ können durch die Wahl von \mathbf{L} genau dann beliebig vorgegeben werden, wenn (B.3) vollständig beobachtbar ist.

B.2 Satz der kleinen Verstärkungen

Der Satz der kleinen Verstärkungen wird im Englischen als *small gain theorem* bezeichnet. Er besagt Folgendes [101].

Satz 5 (Satz der kleinen Verstärkungen.) *Ist die offene Übertragungsfunktion \mathbf{G}_o eines Regelkreises stabil und gilt weiterhin*

$$\|\mathbf{G}_o(j\omega)\| < 1 \quad \forall \omega,$$

wobei für $\|\mathbf{G}_o(j\omega)\|$ eine beliebige submultiplikative Matrixnorm verwendet werden kann, ist der geschlossene Regelkreis stabil.

Eine Matrixnorm ist submultiplikativ, wenn sie für zwei Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B}

$$\|\mathbf{AB}\| \leq \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{B}\|$$

erfüllt. Es handelt sich beim Satz der kleinen Verstärkungen um ein in der Regelungstechnik sehr bekanntes hinreichendes Stabilitätskriterium, das bspw. auch in [67, 85] behandelt wird.

Literaturverzeichnis

- [1] N. Abas, A. Kalair und N. Khan. „Review of fossil fuels and future energy technologies“. In: *Futures* 69 (2015), S. 31–49.
- [2] J. Adamy. *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. Springer Vieweg, 2018.
- [3] B. D. O. Anderson und S. Vongpanitlerd. *Network analysis and synthesis: a modern systems theory approach*. Courier Corporation, 2013.
- [4] P. M. Anderson und A. A. Fouad. *Power system control and stability*. John Wiley & Sons, 2008.
- [5] M. Barnes u. a. „Real-World MicroGrids—An Overview“. In: *International Conference on Systems Engineering (ICSEng)*. 2007.
- [6] R. Bellman. *Introduction to matrix analysis*. SIAM, 1997.
- [7] A. Bidram und A. Davoudi. „Hierarchical Structure of Microgrids Control System“. In: *IEEE Transactions on Smart Grid* 3.4 (2012), S. 1963–1976.
- [8] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre und A. V. Timbus. „Overview of Control and Grid Synchronization for Distributed Power Generation Systems“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 53.5 (2006), S. 1398–1409.
- [9] S. Bolognani und F. Dörfler. „Fast power system analysis via implicit linearization of the power flow manifold“. In: *53rd Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*. 2015, S. 402–409.
- [10] E. Bossanyi u. a. „Advanced controller research for multi-MW wind turbines in the UPWIND project“. In: *Wind Energy* 15.1 (2012), S. 119–145.
- [11] J. Brewer. „Kronecker products and matrix calculus in system theory“. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 25.9 (1978), S. 772–781.
- [12] M. C. Chandorkar, D. M. Divan und R. Adapa. „Control of parallel connected inverters in standalone AC supply systems“. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 29.1 (1993), S. 136–143.
- [13] S.-K. Chung. „A phase tracking system for three phase utility interface inverters“. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 15.3 (2000), S. 431–438.
- [14] V. Crastan. *Elektrische Energieversorgung 1: Netzelemente, Modellierung, stationäres Verhalten, Bemessung, Schalt-und Schutztechnik*. 3. Aufl. Springer Vieweg, 2012.
- [15] G. Czisch. „Szenarien zur zukünftigen Stromversorgung: Kostenoptimierte Variationen zur Versorgung Europas und seiner Nachbarn mit Strom aus erneuerbaren Energien“. Dissertation. Universität Kassel, 2005.
- [16] R. Diestel. *Graph theory*. Springer, 2017.

- [17] R. C. Dorf und R. H. Bishop. *Modern control systems*. Pearson, 2017.
- [18] F. Dörfler. „Dynamics and control in power grids and complex oscillator networks“. Dissertation. University of California Santa Barbara, 2013.
- [19] F. Dörfler und F. Bullo. „Kron reduction of graphs with applications to electrical networks“. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 60.1 (2012), S. 150–163.
- [20] M. Elsberg. *BLACKOUT: Morgen ist es zu spät*. Blanvalet, 2012.
- [21] A. Engler. „Applicability of droops in low voltage grids“. In: *International Journal of Distributed Energy Resources* 1.1 (2005).
- [22] A. Engler und N. Sultanis. „Droop control in LV-grids“. In: *International Conference on Future Power Systems (FPS)*. 2005.
- [23] R. W. Erickson und D. Maksimovic. *Fundamentals of power electronics*. Springer, 2007.
- [24] S. Fiaz, D. Zonetti, R. Ortega, J. M. A. Scherpen und A. J. van der Schaft. „A port-Hamiltonian approach to power network modeling and analysis“. In: *European Journal of Control* 19.6 (2013), S. 477–485.
- [25] O. Föllinger. *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendungen*. VDE Verlag, 2016.
- [26] B. A. Francis und W. M. Wonham. „The internal model principle of control theory“. In: *Automatica* 12.5 (1976), S. 457–465.
- [27] T. H. Glisson. *Introduction to circuit analysis and design*. Springer, 2011.
- [28] J. D. Glover, M. S. Sarma und T. J. Overbye. *Power system analysis and design*. Cengage Learning, 2012.
- [29] S. Golestan, M. Monfared, F. D. Freijedo und J. M. Guerrero. „Performance improvement of a prefiltered synchronous-reference-frame PLL by using a PID-type loop filter“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 61.7 (2013), S. 3469–3479.
- [30] K. Gong. „A Concept of Distributed Energy Management Systems with Fully Decentralized Primary Control Strategies for Microgrids“. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, 2018.
- [31] K. Gong, B. Hammer und U. Konigorski. „Decentralized control approach for an inverter-based microgrid in islanded mode“. In: *International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD)*. 2016.
- [32] J. J. Grainger und W. D. Stevenson. *Power system analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [33] J. L. Gross, J. Yellen und M. Anderson. *Graph theory and its applications*. CRC press, 2018.
- [34] A. Grunwald und J. Schippl. „Forschung für die Energiewende 2.0: integrativ und transformativ“. In: *TATuP-Zeitschrift für Technikfolgenabschätzung in Theorie und Praxis* 22.2 (2013), S. 56–62.

- [35] J. M. Guerrero, M. Chandorkar, T. Lee und P. C. Loh. „Advanced Control Architectures for Intelligent Microgrids—Part I: Decentralized and Hierarchical Control“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60.4 (2013), S. 1254–1262.
- [36] J. M. Guerrero, J. Matas, L. G. de Vicuña, M. Castilla und J. Miret. „Wireless-Control Strategy for Parallel Operation of Distributed-Generation Inverters“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 53.5 (2006), S. 1461–1470.
- [37] J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, J. Matas, M. Castilla und L. G. de Vicuña. „Control Strategy for Flexible Microgrid Based on Parallel Line-Interactive UPS Systems“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56.3 (2009), S. 726–736.
- [38] J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, J. Matas, L. G. de Vicuña und M. Castilla. „Hierarchical Control of Droop-Controlled AC and DC Microgrids—A General Approach Toward Standardization“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 58.1 (2011), S. 158–172.
- [39] J. M. Guerrero, L. G. de Vicuña, J. Matas, M. Castilla und J. Miret. „Output impedance design of parallel-connected UPS inverters with wireless load-sharing control“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 52.4 (2005), S. 1126–1135.
- [40] B. Hammer, C. Fuhr, J. Hanson und U. Konigorski. „Differences of Power Flows in Transmission and Distribution Networks and Implications on Inverter Droop Control“. In: *International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP)*. 2019, S. 46–54.
- [41] B. Hammer, C. Fuhr, J. Hanson und U. Konigorski. „Effects of Virtual Inertia on Stability and Power Sharing in Inverter-Based Power Systems“. In: *International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP)*. 2019, S. 375–381.
- [42] B. Hammer, K. Gong und U. Konigorski. „Modeling and control of inverter-based microgrids“. In: *IFAC-PapersOnLine* 51.2 (2018), S. 19–24.
- [43] B. Hammer und U. Konigorski. „Primary control of inverter-based microgrids and robustness analysis“. In: *International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering (EPE)*. 2018, S. 31–36.
- [44] B. Hammer, E. Lenz und U. Konigorski. „On the Design of Grid-Side Inverter Voltage Controllers“. In: *International Conference on Industrial Electronics for Sustainable Energy Systems (IESES)*. 2020, S. 227–232.
- [45] B. Hammer, N. Ziegelmayer, M. Hergt und U. Konigorski. „An Extra-Low Voltage Inverter-Based Microgrid Test Bench for Teaching and Research“. In: *IEEE Power and Energy Student Summit (PESS)*. 2020, S. 148–153.
- [46] H. Han, X. Hou, J. Yang, J. Wu, M. Su und J. M. Guerrero. „Review of Power Sharing Control Strategies for Islanding Operation of AC Microgrids“. In: *IEEE Transactions on Smart Grid* 7.1 (2016), S. 200–215.
- [47] N. Hatziargyriou, H. Asano, R. Iravani und C. Marnay. „Microgrids: An Overview of Ongoing Research, Development, and Demonstration Projects“. In: *IEEE Power & Energy Magazine* 5.4 (2007), S. 78–94.

- [48] J. Hermann, B. Hammer und U. Konigorski. „Primary and Secondary Control in Lossy Inverter-Based Microgrids“. In: *International Conference on Smart Energy Systems and Technologies (SEST)*. 2019.
- [49] J. Hermann, B. Hammer und U. Konigorski. „Sekundärregelung und Koordination verkoppelter Microgrids“. In: *at - Automatisierungstechnik* 67.12 (2019), S. 1019–1034.
- [50] R. A. Horn und C. R. Johnson. *Matrix analysis*. Cambridge University Press, 2013.
- [51] J. Huang. *Nonlinear output regulation: theory and applications*. SIAM, 2004.
- [52] V. Kaura und V. Blasko. „Operation of a phase locked loop system under distorted utility conditions“. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 33.1 (1997), S. 58–63.
- [53] H. K. Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice Hall, 2002.
- [54] P. C. Krause und C. H. Thomas. „Simulation of symmetrical induction machinery“. In: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 84.11 (1965), S. 1038–1053.
- [55] P. C. Krause, O. Wasynczuk und S. D. Sudhoff. *Analysis of electric machinery and drive systems*. Wiley-IEEE Press, 2002.
- [56] P. Kundur. *Power system stability and control*. McGraw-Hill, 1994.
- [57] P. Kundur u. a. „Definition and Classification of Power System Stability IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions“. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 19.3 (2004), S. 1387–1401.
- [58] A. Kwasinski, P. T. Krein und P. L. Chapman. „Time domain comparison of pulse-width modulation schemes“. In: *IEEE Power Electronics Letters* 1.3 (2003), S. 64–68.
- [59] R. H. Lasseter. „MicroGrids“. In: *Power Engineering Society Winter Meeting*. 2002, S. 305–308.
- [60] R. H. Lasseter und P. Paigi. „Microgrid: a conceptual solution“. In: *Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC)*. 2004, S. 4285–4290.
- [61] N. W. A. Lidula und A. D. Rajapakse. „Microgrids research: A review of experimental microgrids and test systems“. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15.1 (2011), S. 186–202.
- [62] D. G. Luenberger. „Observing the state of a linear system“. In: *IEEE Transactions on Military Electronics* 8.2 (1964), S. 74–80.
- [63] D. G. Luenberger. „Observers for multivariable systems“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 11.2 (1966), S. 190–197.
- [64] D. G. Luenberger. „An introduction to observers“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 16.6 (1971), S. 596–602.
- [65] D. G. Luenberger. *Optimization by Vector Space Methods*. John Wiley & Sons, 1997.
- [66] J. Lunze. *Feedback control of large scale systems*. Prentice Hall, 1992.
- [67] J. Lunze. *Regelungstechnik 2*. Springer, 2008.

- [68] J. Machowski, J. W. Bialek und J. R. Bumby. *Power system dynamics: stability and control*. John Wiley & Sons, 2008.
- [69] A. Madureira, C. Moreira und J. P. Lopes. „Secondary load-frequency control for microgrids in islanded operation“. In: *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ)*. 2005.
- [70] M. N. Marwali und A. Keyhani. „Control of distributed generation systems—Part I: Voltages and currents control“. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 19.6 (2004), S. 1541–1550.
- [71] F. Matthes, F. Flachsbarth, M. Vogel und V. Cook. *Dezentralität, Regionalisierung und Stromnetze*. 2018. URL: <https://www.oeko.de/fileadmin/oekodoc/Meta-Studie-Dezentralitaet-Regionalisierung-und-Stromnetze.pdf> (besucht am 18.01.2021).
- [72] X. Meng, Z. Liu, J. Liu, S. Wang, B. Liu und R. An. „Comparison between inverters based on virtual synchronous generator and droop control“. In: *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. 2017, S. 4077–4084.
- [73] M. Mesbahi und M. Egerstedt. *Graph theoretic methods in multiagent networks*. Princeton University Press, 2010.
- [74] Michael Artin. *Algebra*. Prentice Hall, 1991.
- [75] F. Milano. *Power system modelling and scripting*. Springer, 2010.
- [76] S. D. Mink und B. Mundial. *Poverty, population, and the environment*. Bd. 189. World Bank discussion papers. World Bank, 1993.
- [77] N. Mohan, T. M. Undeland und W. P. Robbins. *Power electronics: converters, applications, and design*. John Wiley & Sons, 2003.
- [78] M. Newman. *Networks: An Introduction*. Oxford university press, 2013.
- [79] A.-L. Niemann. „Energiewende: Bitte Speicherplatz frei machen“. In: *Frankfurter Allgemeine Zeitung* (2020). URL: <https://www.faz.net/aktuell/technik-motor/technik/energiewende-bitte-speicherplatz-frei-machen-16877611.html> (besucht am 18.01.2021).
- [80] C. J. O’Rourke, M. M. Qasim, M. R. Overlin und J. L. Kirtley. „A Geometric Interpretation of Reference Frames and Transformations: dq0, Clarke, and Park“. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 34.4 (2019), S. 2070–2083.
- [81] K. Ogata. *Modern control engineering*. Pearson, 2010.
- [82] N. Oreskes. „The scientific consensus on climate change“. In: *Science* 306.5702 (2004), S. 1686.
- [83] R. Pintelon und J. Schoukens. *System identification: a frequency domain approach*. John Wiley & Sons, 2012.
- [84] N. Pogaku, M. Prodanovic und T. C. Green. „Modeling, Analysis and Testing of Autonomous Operation of an Inverter-Based Microgrid“. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 22.2 (2007), S. 613–625.

- [85] J. Raisch. *Mehrgrößenregelung im Frequenzbereich*. Oldenbourg Verlag, 1994.
- [86] R. Ramanujam. *Power system dynamics: analysis and simulation*. PHI Learning, 2010.
- [87] J. Rocabert, A. Luna, F. Blaabjerg und P. Rodriguez. „Control of power converters in AC microgrids“. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 27.11 (2012), S. 4734–4749.
- [88] G. Roppenecker. *Zeitbereichsentwurf linearer Regelungen: Grundlegende Strukturen und eine allgemeine Methodik ihrer Parametrierung*. Oldenbourg Verlag, 1990.
- [89] P. W. Sauer, M. A. Pai und J. H. Chow. *Power System Dynamics and Stability: With Synchrophasor Measurements and Power System Toolbox*. 2. Aufl. John Wiley & Sons, 2018.
- [90] J. Schiffer. „Stability and power sharing in microgrids“. Dissertation. Technische Universität Berlin, 2015.
- [91] J. Schiffer, T. Seel, J. Raisch und T. Sezi. „Voltage Stability and Reactive Power Sharing in Inverter-Based Microgrids With Consensus-Based Distributed Voltage Control“. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 24.1 (2016), S. 96–109.
- [92] J. Schiffer, D. Zonetti, R. Ortega, A. M. Stanković, T. Sezi und J. Raisch. „A survey on modeling of microgrids—From fundamental physics to phasors and voltage sources“. In: *Automatica* 74 (2016), S. 135–150.
- [93] A. J. Schwab. *Elektroenergiesysteme: Smarte Stromversorgung im Zeitalter der Energiewende*. 6. Aufl. Springer Vieweg, 2020.
- [94] M. E. Sezer und D. D. Šiljak. „Nested \varepsilon-decompositions and clustering of complex systems“. In: *Automatica* 22.3 (1986), S. 321–331.
- [95] Q. Shafiee, J. M. Guerrero und J. C. Vasquez. „Distributed Secondary Control for Islanded Microgrids—A Novel Approach“. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 29.2 (2014), S. 1018–1031.
- [96] Q. Shafiee, J. C. Vasquez und J. M. Guerrero. „Distributed secondary control for islanded MicroGrids – A networked control systems approach“. In: *Annual Conference of Industrial Electronics Society (IECON)*. 2012, S. 5637–5642.
- [97] D. D. Šiljak. *Decentralized control of complex systems*. Courier Corporation, 1991.
- [98] J. W. Simpson-Porco. „Distributed Control of Inverter-Based Power Grids“. Dissertation. University of California Santa Barbara, 2015.
- [99] J. W. Simpson-Porco, F. Dörfler und F. Bullo. „Synchronization and power sharing for droop-controlled inverters in islanded microgrids“. In: *Automatica* 49.9 (2013), S. 2603–2611.
- [100] J. W. Simpson-Porco, F. Dörfler, F. Bullo, Q. Shafiee und J. M. Guerrero. „Stability, power sharing, & distributed secondary control in droop-controlled microgrids“. In: *IEEE International Conference on Smart Grid Communications (SmartGridComm)*. 2013, S. 672–677.

- [101] S. Skogestad und I. Postlethwaite. *Multivariable feedback control: analysis and design*. Wiley, 2007.
- [102] V. Smil. „World history and energy“. In: *Encyclopedia of energy* 6 (2004), S. 549–561.
- [103] U. Tamrakar, D. Shrestha, M. Maharjan, B. P. Bhattarai, T. M. Hansen und R. Tonkoski. „Virtual inertia: Current trends and future directions“. In: *Applied Sciences* 7.7 (2017).
- [104] P. Tittmann. *Graphentheorie: eine anwendungsorientierte Einführung*. Carl Hanser, 2019.
- [105] L. Trahey u. a. „Energy storage emerging: A perspective from the Joint Center for Energy Storage Research“. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 117.23 (2020), S. 12550–12557.
- [106] H. L. Trentelman, A. A. Stoorvogel und M. Hautus. *Control theory for linear systems*. Springer, 2001.
- [107] J. C. Vasquez, J. M. Guerrero, M. Savaghebi, J. Eloy-Garcia und R. Teodorescu. „Modeling, Analysis, and Design of Stationary-Reference-Frame Droop-Controlled Parallel Three-Phase Voltage Source Inverters“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60.4 (2013), S. 1271–1280.
- [108] X. Wang. „Design and Implementation of Internal Model Based Controllers for DC/AC Power Converters“. Dissertation. Imperial College London, 2008.
- [109] B. Woeckener. *Volkswirtschaftslehre: Eine Einführung*. Springer, 2019.
- [110] K. Worthmann, C. M. Kellett, P. Braun, L. Grüne und S. R. Weller. „Distributed and Decentralized Control of Residential Energy Systems Incorporating Battery Storage“. In: *IEEE Transactions on Smart Grid* 6.4 (2015), S. 1914–1923.
- [111] S. Wortmann. „Lastreduzierende Regelungs- und Vorsteuerungsstrategien für Windenergieanlagen mit Einzelblattverstellung“. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, 2020.
- [112] Q.-C. Zhong und T. Hornik. *Control of Power Inverters in Renewable Energy and Smart Grid Integration*. John Wiley & Sons, 2013.
- [113] Q.-C. Zhong und G. Weiss. „Static synchronous generators for distributed generation and renewable energy“. In: *IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition (PSCE)*. 2009.
- [114] N. Ziegelmayer. „Aufbau und Inbetriebnahme eines Prüfstandes für Niederspannungs-Microgrids“. Masterarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2020.